EUCLIDES

vakblad voor de wiskundeleraar

november 07

nr 2

jaargang 83

Scenario 5

Algebra is leuk

Wiskunde in het Profielrapport

Kennisbank wiskunde

Wiskunde Olympiade

SchoolTV





Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

COLOFON

november
07
nr 2
jaargang 83



Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.
ISSN 0165-0394

Inzendingen bijdragen
Artikelen/mededelingen naar de hoofdredacteur: Marja Bos,
Koematen 8, 7754 NV Wachtum
E-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen
Tekst liefst digitaal in Word aanleveren; op papier in drievoud. Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.
Zie voor nadere aanwijzingen:
www.nvvw.nl/euclricht.html

Realisatie
Ontwerp en vormgeving, fotografie, drukwerk en mailingservices
De Kleuver bedrijfscommunicatie b.v.
Veenendaal, www.de-kleuver.nl

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren
Website: www.nvvw.nl

Voorzitter
Marian Kollenveld,
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
Tel. (070) 390 63 78
E-mail: m.kollenveld@nvvw.nl

Secretaris
Wim Kuipers,
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
Tel. (038) 444 70 17
E-mail: w.kuipers@nvvw.nl

Ledenadministratie
Elly van Bemmel-Hendriks,
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
Tel. (0321) 31 25 43
E-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Lidmaatschap
Het lidmaatschap van de NVvW is inclusief Euclides.
De contributie per verenigingsjaar bedraagt voor
- leden: € 52,50
- leden, maar dan zonder Euclides: € 35,00
- studentleden: € 26,50
- gepensioneerden: € 35,00
- leden van de VVWL: € 35,00

Bijdrage WwF (jaarlijks): € 2,50
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden dienen zich op te geven bij de ledenadministratie.
Opzeggingen moeten plaatsvinden vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden
Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Niet-leden: € 55,00
Instituten en scholen: € 140,00
Losse nummers zijn op aanvraag leverbaar: € 17,50
Betaling per acceptgiro.

Advertenties en bijsluiters
De Kleuver bedrijfscommunicatie bv:
t.a.v. Ada Valkenburg
Kerkewijk 63, 3901 EC Veenendaal
Tel. (0318) 555 075
E-mail: a.valkenburg@de-kleuver.nl

Kort vooraf [Marja Bos]

Vereniging
Op de Verenigingspagina's van dit nummer (zie pagina 81 en verder) vindt u niet alleen de stukken voor de jaarvergadering van 10 november a.s., maar ook informatie over kwesties waarmee het NVvW-bestuur en enkele werkgroepen van de Vereniging zich de laatste tijd hebben beziggehouden: een nieuw nomenclatuurrapport en zogeheten uitstaptoetsen ter verbetering van de aansluiting tussen voortgezet en hoger onderwijs.

Formulekaart niet toegestaan
Tijdens de centrale wiskunde-examens havo 2009 en vwo 2010 mag geen formulekaart meer worden gebruikt. Voor de vwo-examens (niet voor de havo-examens!) worden in het examen zelf een aantal formules afgedrukt die de kandidaten kunnen gebruiken, bij wiskunde B aangevuld met een steekwoordverwijzing naar definities en stellingen. Voor meer informatie zie *www.examenblad.nl*.

Eindadvies Profielcommissies afgewezen
Eind september werd door de twee Profielcommissies het gezamenlijke eindadvies uitgebracht over de ontwikkeling van bovenbouw havo en vwo op de langere termijn. Staatssecretaris Van Bijsterveldt liet echter direct weten de voorstellen niet te zullen overnemen. Desondanks kan het de moeite waard zijn mee te denken over de richting waarin de gedachten van de commissies gingen.
Zo worden in het rapport drie in plaats van twee fasen in de profielstructuur bepleit: een oriënterende tussenfase zou de brug moeten slaan tussen fundering en specialisatie. Verder is er in de adviezen veel aandacht voor de verwerving van een brede kennisbasis, met wiskunde verplicht voor alle leerlingen. Tot slot noem ik het voorstel tot indikking tot twee profielen: enerzijds een maatschappijprofiel met drie richtingen, anderzijds één bèta-breed natuurprofiel – onder meer om te bewerkstelligen dat meer leerlingen (met name meer meisjes) kiezen voor bèta.
Voormalig wiskundeleraar en VO-inspecteur Wim Kleijne gaat op pagina 61 in op aspecten van het eindadvies die betrekking hebben op rekenen en wiskunde.

Veldraadpleging over '2011'
Nog meer havo/vwo-nieuws. Afgelopen september vonden veldraadplegingen plaats over de voorstellen voor de havo/vwo-examenprogramma's zoals die in 2011 ingevoerd worden. Op beide bijeenkomsten waren helaas maar weinig 'echte leraren' aanwezig. Je kunt je afvragen in hoeverre de geluiden dan nog representatief zijn; desondanks een paar impressies.
Bij de meeste van de zeven programma's was er nog steeds lichte twijfel over de haalbaarheid. Soms betrof dit de mogelijke overladenheid, andere keren het geambieerde niveau. De meerderheid van de aanwezige leraren wilde de grafische rekenmachine een plaats blijven geven in het onderwijs en in de eindexamens; niet iedereen was even enthousiast over de grote nadruk op algebra.
Er was lof voor het profielspecifieke programma voor wiskunde C, al gaven de ambitieuze maar globaal geformuleerde (sub)domeinen aanleiding tot onzekerheid over de juiste interpretatie. Hoe krijgt de beschreven leerstof handen en voeten? Bij alle conceptprogramma's was er om die reden trouwens een duidelijke roep om concrete voorbeelden.
Over de invulling van het havo-D-programma was zorg. De D-leerstof dreigt vooral een 'kop' op wiskunde B te zijn; met welke D-onderwerpen kun je dan in havo-4 beginnen? Niet iedereen vindt het voor het beeld van wiskunde D wenselijk om te beginnen met een groot stuk statistiek en kansrekening.
Verder is het op dit moment natuurlijk lastig in te schatten hoe 'veranderingen op veranderingen' (die van 2011 na die van 2007) zullen gaan uitwerken. Het tussenprogramma 2007-2011 is immers nog maar net van start gegaan. Geplande examenexperimenten op scholen zullen dat moeten gaan uitwijzen, maar het is nog de vraag of er straks voldoende tijd is om die experimenten fatsoenlijk te evalueren vóórdat de programma's definitief worden…

Inhoud

Wiskunde in scenario 5

DEEL 1, INTRODUCTIE

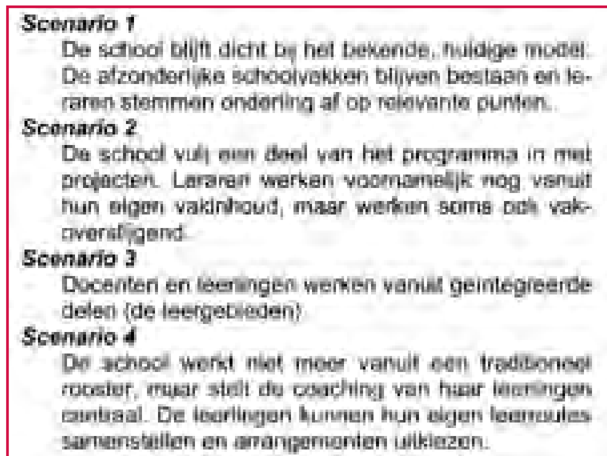
[Corine van den Boer, Vincent Jonker, Martin van Reeuwijk, Monica Wijers]

1. Inleiding

Sinds 1 augustus 2006 is de invoering van de nieuwe onderbouw een feit. Er is geen voorgeschreven lessentabel meer, de enige eis is dat de (nieuwe) kerndoelen aan bod komen. Deze kerndoelen zijn globaal geformuleerd om scholen de mogelijkheid te bieden een eigen uitwerking naar niveau en ordening te kiezen. Ook is er ruimte voor variëteit in de ordening en samenhang van de kerndoelen.
De kerndoelen onderbouw vo hebben betrekking op het kerndeel. De beperking van het aantal kerndoelen maakt het mogelijk het tijdsbeslag van het verplichte kerndeel te beperken tot 2/3 van twee jaar… *De andere 1100 klokuren blijven uiteraard beschikbaar voor het geven van onderwijs, maar er worden geen nieuwe extra regels voor gesteld. Die onderwijstijd valt in feite toe aan de differentiële ruimte en komt vanaf het derde leerjaar en met name in het vmbo ook beschikbaar voor de bovenbouwprogramma's. (Taakgroep Vernieuwing Basisvorming, 2004)*

De scholen kunnen dus grotendeels zelf bepalen hoe ze de onderbouw inrichten. De Taakgroep Vernieuwing Basisvorming heeft hiervoor vier mogelijke scenario's beschreven[1]. Scenario 1 laat veel bij het oude en kiest bewust voor de indeling in vakken, bij scenario 4 gaat 'alles op de schop' (***zie figuur 1***).
Er zijn scholen die kiezen voor onderwijs in 'leergebieden', andere kiezen voor de traditionele vakken. Er zijn scholen die projectweken hebben ingevoerd en er zijn ook scholen die fysieke aanpassingen hebben doorgevoerd en werken met grotere onderwijsruimtes, in plaats van (of naast) de gebruikelijke klaslokalen.

Het Freudenthal Instituut is in samenwerking met het APS op een aantal (ver)nieuwe(nde) scholen betrokken bij de vernieuwing van de onderbouw en het positioneren van het vak wiskunde daarbinnen. Er is een netwerk opgericht van deze scholen, die voornamelijk in de regio Utrecht liggen, het zogenoemde *scenario5-netwerk*[2]. Met docenten van deze scholen wordt


Scenario 1
De school blijft dicht bij het bekende, huidige model. De afzonderlijke schoolvakken blijven bestaan en leraren stemmen onderling af op relevante punten.
Scenario 2
De school vult een deel van het programma in met projecten. Leraren werken voornamelijk nog vanuit hun eigen vakinhoud, maar werken soms ook vakoverstijgend.
Scenario 3
Docenten en leerlingen werken vanuit geïntegreerde delen (de leergebieden).
Scenario 4
De school werkt niet meer vanuit een traditioneel rooster, maar stelt de coaching van haar leerlingen centraal. De leerlingen kunnen hun eigen leerroutes samenstellen en arrangementen uitkiezen.

figuur 1 De omschrijving van de vier scenario's die door de Taakgroep Vernieuwing Basisvorming in 2004 zijn voorgesteld.

overlegd, samengewerkt, materiaal ontwikkeld en er wordt ondersteuning geboden bij het vormgeven van het wiskundeonderwijs binnen de school. Tijdens bezoeken aan de scholen observeren we lessen om de ontwikkelde ideeën en materialen in de praktijk te zien.
In een aantal opeenvolgende artikelen wordt verslag gedaan van de gezamenlijke zoektocht van docenten, scholen, Freudenthal Instituut en APS naar een goede plek voor wiskunde binnen de sterk vernieuwde onderbouw. In dit eerste artikel schetsen we de algemene situatie rondom de nieuwe onderbouw, waarbij we extra aandacht besteden aan de uitwerking van scenario 4: een verregaande vernieuwing van de onderbouw.
In de vervolgartikelen zullen enkele scholen geportretteerd worden, waaronder het Vathorst College en de Nieuwste School.

2. Het nieuwe leren

Scholen die sterk vernieuwen worden vaak geassocieerd met 'het nieuwe leren'. Maar wat er precies onder 'het nieuwe leren' moet worden verstaan is niet eenvoudig vast te leggen[3].
Daarbij is de term 'het nieuwe leren' onder invloed van de media-aandacht erg beladen geworden. De scholen waarover we schrijven gebruiken zelf deze term niet om hun onderwijsvisie te omschrijven en hebben dat ook nooit gedaan. Scholen kiezen zelf niet voor de term 'nieuwe leren', dat doet de buitenwereld.

'*Het nieuwe leren is een leeg containerbegrip geworden dat alleen maar negatieve associaties oproept. Wat het nieuwe leren is, weet ik niet. Wij doen wel nieuwe dingen. Wij proberen het onderwijs zodanig in te richten dat leerlingen meer gestimuleerd en gemotiveerd worden. We zijn realistisch, geen believers. We halen uit onderwijsland datgene wat goed is*', aldus Jeanine Vlastuin, rector van het Amadeus Lyceum in Utrecht (Wisman, 2007).

In onze artikelen zullen we de term 'het nieuwe leren' niet gebruiken. Waar het om gaat en wat deze scholen gemeen hebben, is, dat ze inspelen op een veranderende houding bij veel leerlingen.

3. Onderwijsvisie en uitwerking

Uit onderzoek (Van den Akker, 2003) is bekend dat als je 'forse' curriculumontwikkeling en -verandering doorvoert, het 'systeem' makkelijk instabiel raakt. Vernieuwingsscholen zijn op veel dimensies bezig te vernieuwen (Wat wordt er geleerd? Hoe wordt er geleerd? Hoe ondersteunt de docent het leerproces? Waar wordt er geleerd? Wanneer wordt er geleerd? Etc.) en proberen daarmee een substantiële onderwijsvernieuwing te realiseren. Het is indrukwekkend te zien hoe scholen dit proces van vernieuwing organiseren.
Misschien wel het belangrijkste element dat deze scholen in hun visie gemeen hebben, is het feit dat de leerling centraal staat, en dat deze ook verantwoordelijkheid voor het

eigen leerproces draagt en eigen initiatieven moet tonen. De scholen stimuleren zelfregulatie waarbij leerlingen zelf meer de ruimte krijgen om hun eigen onderwijsproces in te richten. Men spreekt ook wel van onderwijs op maat.

Inrichting van het onderwijs

De groepering van de leerlingen vindt vaak niet meer plaats volgens het gebruikelijke jaarklassensysteem. Dit heeft gevolgen voor de inrichting van het schoolgebouw.
Veel scholen richten grote multifunctionele ruimtes in, waarvan een gehele jaargroep van leerlingen (soms verdeeld in kleinere groepen) gebruik maakt. In deze ruimtes staan meestal computers en zijn er aparte 'rustige hoekjes'. Iedere school heeft een eigen benaming voor deze ruimtes; wij zullen in dit artikel het woord 'domein' gebruiken.
De meeste scholen maken gebruik van een elektronische leeromgeving (ELO). Via een laptop of computer loggen de leerlingen hierop in, en kunnen dan bijvoorbeeld bij een overzicht van taken, in het rooster of bij de opdrachten. Verschillende scholen hebben gekozen voor onderwijsassistenten die zorgen dat er een goed werkklimaat heerst in het domein. Wil een leerling helemaal in stilte werken, dan is het veelal mogelijk om naar een afgebakende stilteruimte te gaan waar niet gepraat mag worden. De mate waarin een leerling vrij is om zich door het domein te verplaatsen, verschilt per school. Mag in de ene school een leerling zelf bepalen waar hij of zij gaat werken of wanneer het toilet bezocht wordt, in een andere school moet de leerling daarvoor toestemming vragen aan één van de aanwezige docenten of onderwijs-assistenten. De leerlingen zitten overigens niet de hele dag in het domein; handvaardigheid, gymnastiek, muziek en drama worden vaak in vaklokalen gegeven, aan een groep leerlingen (soms een jaargroep, meestal een kleinere groep ter grootte van een 'klas'). Daarnaast worden voor de theoretische vakken soms 'instructielessen' of 'workshops' aangeboden, of wordt er voor bepaalde vakken aparte werktijd ingeroosterd. Zo heeft één van de scholen ervoor gekozen om alle leerlingen van een leerjaar gedurende een vast dagdeel in de week aan wiskunde te laten werken. De leerlingen zijn daarbij ingedeeld in verschillende niveaugroepen. Er is een groep die 'voor' loopt op het programma, er is een groep die 'achter' loopt en er is een groep die op schema loopt. Deze leerlingen zitten groepsgewijs in dezelfde ruimte, en werken in twee- of drietallen aan de stof. Op een andere school verzorgen de docenten 'workshops', wanneer ze dat zelf nodig achten of wanneer leerlingen er om vragen. Op een derde school krijgt elke groep leerlingen één uur wiskunde per week, zogenoemde gereedschapslessen.
Er ligt op deze scholen, zoals gezegd, veel initiatief bij de leerlingen. Vaak moeten ze zelf hun activiteiten plannen, zelf keuzes maken waar ze aan werken en soms ook zijn hun eigen leervragen leidend voor hun activiteiten. Leerlingen worden in dit proces begeleid door een coach of mentor. Deze voert regelmatig voortgangsgesprekken met zijn of haar leerlingen en neemt ook een deel van de beoordeling voor zijn/haar rekening.

De docent

Eén van de keuzes die de scholen maken betreft de samenstelling van de docententeams. Een vaksectie, zoals in andere scholen gebruikelijk, past niet goed bij de onderwijsvisie van deze scholen. Omdat men streeft naar een meer thematische, vakoverstijgende onderwijsinvulling, kiezen de scholen er voor om de teams op een andere manier samen te stellen, bijvoorbeeld verbonden aan een bepaald leergebied (een maatschappijteam en een natuur-en-techniekteam), of juist gerelateerd aan de jaarlagen (één team per jaarlaag).

De rol van de docent bij scenario 4-scholen is breder en complexer geworden. In het klassikale systeem is het veelal de docent die bepaalt wat er gebeurt: wanneer moeten welke opdrachten af zijn, welke onderwerpen en opgaven worden centraal besproken, bij welke opdrachten werk je samen, wanneer is het stil in de klas, enzovoort. Bij het werken in scenario 4-scholen krijgen de leerlingen meer vrijheid en meer verantwoordelijkheid. De docenten zorgen dat in de elektronische leeromgeving (de ELO) een planning staat met wat wanneer af moet zijn. Met deze manier van werken is het voor de docent niet altijd eenvoudig het leerproces van de individuele leerlingen in de gaten te houden. De docent is regelmatig in het domein aanwezig als (vak)expert, en is soms op afroep beschikbaar. Zoals eerder gezegd kan een docent daarnaast een contactmoment met een groep leerlingen (workshop, instructie, vragenuur) organiseren, maar het gebeurt ook vaak dat een docent met hele kleine groepjes of individuele leerlingen werkt.

Er zijn scholen die verschillende rollen van de docent benoemen en uit elkaar halen.
Zo kan een docent op een bepaalde dag de rol van vakexpert hebben. Hij helpt dan de leerlingen met de vakinhoudelijke vragen van dat moment en is dan niet verantwoordelijk voor de begeleiding van het hele leerproces van de leerling, dat valt onder de verantwoordelijkheid van de mentor of coach. Dezelfde docent kan dus de ene keer als vakexpert actief zijn, maar een ander moment als mentor of als begeleider. De vakexpert is meestal niet eindverantwoordelijk voor het handhaven van de rust en orde in het domein; dat wordt bewaakt door een onderwijsassistent.

Lesmaterialen

Scholen in scenario 4 kiezen veelal voor vakoverstijgend onderwijs. Dat kan door vakken samen te nemen in een leergebied of door projecten of thema's te ontwikkelen waarin meerdere vakken aan bod komen. Omdat er weinig kant en klare projecten zijn die naadloos passen bij de uitgangspunten van de school, ontwikkelen docenten de onderwijsmaterialen vaak zelf. Dit gebeurt meestal in teams waarin verschillende docenten samenwerken. Soms wordt daarbij ook gebruik gemaakt van bestaande materialen die samen met zelfontwikkelde stukken in een nieuw geheel gearrangeerd worden. Ook staan op een aantal scholen de reguliere lesmethoden in de kast en worden deze door zowel docenten als leerlingen als naslagwerk gebruikt.
Ondanks het feit dat de scholen hierbij vaak externe expertise inhuren, ligt er toch een zeer zware taak op dit gebied bij de docenten zelf. Zij moeten ervoor zorgen dat er steeds weer op tijd nieuw materiaal is. De docenten krijgen over het algemeen wel tijd voor het ontwikkelen en digitaliseren van de materialen, maar die tijd is vaak niet toereikend om echt goed en mooi onderwijsmateriaal te kunnen ontwikkelen. Veel docenten beginnen dan ook vol enthousiasme aan het ontwikkelen, maar na verloop van tijd raken energie en inspiratie op. Het ontwikkelen en tegelijkertijd verzorgen van vernieuwend onderwijs is een zware klus.



figuur 2



figuur 3

4. Wiskunde in scenario 4-scholen

Op veel vernieuwende scholen heeft het vak (of leergebied) wiskunde een bijzondere positie. Oostdam (2006) schrijft bijvoorbeeld over het A. Ronald Holst College:

'De positie van wiskunde is enigszins problematisch gebleken omdat de geïntegreerde wijze van aanbieding niet helemaal goed heeft gewerkt. Wiskunde is een sterk concentrisch opgebouwd vak en daarvoor lijkt een strak opgezette leerlijn een conditio sine qua non. Leerlingen moeten zich eerst bepaalde kennis en begrippen goed eigen maken alvorens naar een volgend niveau te kunnen. Om die reden wordt er voor wiskunde wat meer reguliere instructie gegeven dan voor de andere leerstofonderdelen.' (blz. 77.)

Dit stapelkarakter van het schoolvak wiskunde wordt vaak genoemd als één van de oorzaken voor de aparte status van het vak wiskunde. Een andere veelgehoorde reden is dat het lastig is om de abstracte onderdelen van de wiskunde (bijvoorbeeld het letterrekenen in de algebra) op een natuurlijke manier te verbinden aan thema's of te integreren in projecten.

Vernieuwende scholen worden geconfronteerd met een hoeveelheid aan vragen waarop zij een antwoord moeten vinden. Het zijn vragen van algemeen onderwijsinhoudelijke aard, maar ook vakinhoudelijke vragen. Een aantal van deze vragen met betrekking tot het vak wiskunde zijn de volgende:

- Lukt het om het vak een plaats en vorm te geven passend bij de schooleigen visie op onderwijzen en leren?
- Krijgt wiskunde een aparte plaats of wordt het geïntegreerd in de andere theorievakken?
- Welk deel van de wiskundestof kan in thema's aangeboden worden, en welk deel niet?
- Hoe voorkom je dat je twee 'wiskundes' krijgt, wanneer de school ervoor kiest om wiskunde zowel in thema's als apart vak aan te bieden?
- Welk materiaal ontwikkel je zelf?
- Moet de nadruk op de 'pure'/'zuivere' wiskunde liggen, of op het ontwikkelen van gecijferdheid bij de leerlingen?
- Hoe garandeer je voldoende interactie en reflectie?
- Hoe houd je zicht op het leerproces van de leerlingen?

In de schoolportretten in de volgende artikelen uit deze reeks wordt ingaan op het zoekproces dat de verschillende scholen en docenten doormaken, en wordt in kaart gebracht welke oplossingen iedere school heeft gevonden of nog zoekt. Aan de hand van bovenstaande vragen zal beschreven worden hoe de scholen het wiskundeonderwijs hebben vormgegeven en georganiseerd en hoe tevreden de docenten en de leerlingen hierover zijn.

Noten

[1] *www.onderbouw-vo.nl*

[2] Deze naam verwijst enerzijds naar het sterk vernieuwende karakter van de scholen - nog verder gaand dan scenario 4, anderzijds heeft de 5 een meer pragmatische achtergrond. Het netwerk bestond bij de oprichting uit vijf scholen (zie: *www.fi.uu.nl/nl/vo/scenario5*).

[3] Zie o.a. Oostdam e.a. 2006.

Literatuur

- J. v.d. Akker (Ed.) (2003): *Curriculum perspectives: An introduction*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- C. Linders (2005): *Wiskunde in scenario 4. De invulling van wiskunde op nieuwe scholen, die thematisch onderwijs toepassen.* Utrecht: Freudenthal Institute.
  URL: *www.fi.uu.nl/publicaties/literatuur/6596.pdf*
- R. Oostdam, T. Peetsma, M. Derriks, A. van Geldere (2006): *Leren van het nieuwe leren. Casestudies in het voortgezet onderwijs*. Amsterdam: SCO-Kohnstamm Instituut.
  URL: *www.sco-kohnstamminstituut.uva.nl/pdf/sco757.pdf*
- M. van Reeuwijk, M. Dolk (2005): *Nieuw leren of nieuw onderwijzen.* In: *Tijdschrift voor het Economisch Onderwijs, 105*(3), pp. 172-175.
- Taakgroep Vernieuwing Basisvorming (2004): *Beweging in de onderbouw. Voorstellen voor de eerste leerjaren van het voortgezet onderwijs. Hoofdrapport.* URL: *www.onderbouw-vo.nl/*
- R. Wisman (2007): *Samen leren in één grote ruimte. 'Aan het rumoer wen je wel'.* In: *Onderwijsblad 3* (30 juni 2007), pp. 26-28.

Over de auteurs

Corine van den Boer is werkzaam op het Freudenthal Instituut en voert daar een kleinschalig onderzoek uit naar de plaats van wiskunde in de nieuwe onderbouw. Daarnaast werkt zij als wiskundedocente op het St. Gregorius College in Utrecht.
E-mailadres: *c.vandenBoer@fi.uu.nl*
Vincent Jonker is werkzaam op het Freudenthal Instituut en is daar onder andere betrokken bij het scholennetwerk scenario 5.
E-mailadres: *v.jonker@fi.uu.nl*
Martin van Reeuwijk werkt op het APS. Hij is betrokken bij enkele nieuwe scholen die nieuwe vormen van het wiskunde-onderwijs aan het onderzoeken en vormgeven zijn. Een van de deze scholen is De Nieuwste School in Tilburg.
E-mailadres: *m.vanreeuwijk@aps.nl*
Monica Wijers is werkzaam op het Freudenthal Instituut en begeleidt daar onder andere met Vincent Jonker het scholennetwerk scenario 5 en ontwikkelt samen met de docenten het wiskunde-onderwijs voor het Vathorst College in Amersfoort.
E-mailadres: *m.wijers@fi.uu.nl*

Het mooiste vak van de wereld

[Mieke Thijsseling]



Mijn wiskunde-B-leerlingen in klas 4 TTO (TweeTalig Onderwijs) krijgen in de loop van het jaar drie verschillende onderzoeksopdrachten. De laatste van het afgelopen schooljaar had als titel: ‘Hoe laat gaat de zon op?’ Met een paar gegeven uitgangspunten moesten de leerlingen uitzoeken hoe de relatie is tussen MET (Midden Europese Tijd, zeg maar de tijd die de klok bij ons aanwijst) en de plaatselijke zonnetijd (de tijd volgens de stand van de zon). Verdere vragen richtten zich op zonsopgang en zonsondergang in Groningen op midzomer en op midwinter, en de lengte van de schemering. En als klap op de vuurpijl: bereken dit alles voor je eigen verjaardag op een willekeurige plaats op aarde.

Over de uitwerkingen zal ik het hier niet hebben. Ik heb een bloemlezing gemaakt van de onbedoeld humoristische ‘vertypingen’ en onhandige (want laatste-moment-werk) formuleringen. Het commentaar (cursief) is van mijn hand.

- Ik kan met mijn geodriehoek kijken.
  Knap werk!
- De aarde maakt een epileptische baan om de zon.
  Er is waarschijnlijk nog geen medicijn bedacht om dit te verhelpen.
- Dit kan ik ook algebrarisch uitrekenen.
  Algebra blijft hoe dan ook een probleem.
- De dag is 6,7 cm en de nacht 2,8 cm.
  Ik heb geen definitie gezien van cm.
- Nederland loopt voor op de zonnetijd.
  Het maakt eigenlijk niet uit waar het over gaat, we lopen voor!
- De resultaten wijken een beetje af omdat er kleine schommelingen zijn op de evenaar door het jaar heen.
  Ja, dat krijg je met al die oceanen.
- Aan de oostzijde zien wij de zon als eerst.
  Waarschijnlijk bedoel je dat de zon in het oosten opgaat, maar het klinkt alsof wij de zon als eersten ontdekt hebben.
- Het is nu gemakkelijk uit te rekenen hoe lang de schemering op de zon duurt. … !
- …maximale en minimale schermtijd…
  Is dit de tijd die een schermwedstrijd duurt? Of zijn het de afspraken die je ouders met je gemaakt hebben over het computergebruik?
- De steenbokskeerkring ligt 3,6 cm onder de evenaar en wij 7,2 cm erboven.
  Ik begrijp dat er een tekening op schaal gemaakt is…
- Hoe lang duurt de zomertijd op midwinterdag in Groningen?
  Dit kan alleen een Groninger verzinnen.
- Ik ga nu de exacte hoek van de aarde met de zon berekenen.
  Als je ergens in je verslag ‘exact’ werkt levert dat altijd meer punten op.
- De schaduw van het zonlicht. … ?
- Hoe gaat de zon op?
  Dit was niet de vraag, er is ook geen antwoord op gekomen…
- Zondetijd.
  Wordt er bedoeld: dit werkstuk is zonde van mijn tijd? Of: het is nu tijd om een zonde te begaan?
- (Jongen:) Zo kan ik mijn eigen periode uitrekenen.
  Ik realiseer me dat ik tijdens het hoofdstuk ‘mannen’ bij de biologieles niet heb opgelet.
- In dit schema zie je de aarde als middelpunt van de hemelbol.
  Sinds Copernicus (1473-1543) en Galileï (1564-1642) hanteren wetenschappers een ander model. Misschien heb je het zekere voor het onzekere genomen; je weet maar nooit hoe ver de invloed van het Vaticaan reikt…
- Als je je verjaardag in een exotisch land viert, moet je weten hoe laat de zon opkomt, zodat je naar de bakker kunt om taart te kopen.
  Als dochter van een banketbakker ben ik het hier helemaal mee eens, maar ik weet uit ervaring dat de bakker de hele dag door taarten maakt.

Mijn vooroordeel dat ik het mooiste vak van de hele wereld heb, is opnieuw bevestigd.

Over de auteur
Mieke Thijsseling is lerares wiskunde aan het Maartenscollege te Groningen.
E-mailadres: *a.m.m.thijsseling@maartens.nl*

Algebra is leuk...

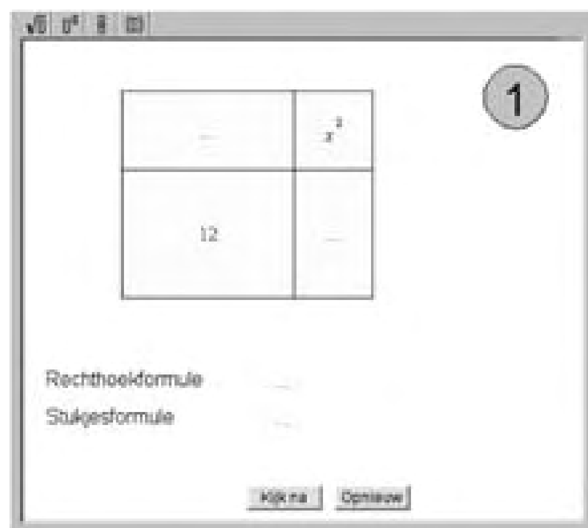
ALS JE BEGRIJPT WAT JE AAN HET DOEN BENT

[Pieter van der Zwaart, Truus Dekker, Wim Spek, Monica Wijers]

Dinsdagochtend 10.00 uur, SG Oscar Romero, Hoorn, 2-atheneum, wiskundeles. De leerlingen oefenen het oplossen van vergelijkingen. Dat doen ze niet zomaar, de docente heeft een spelvorm bedacht waarin de leerlingen in tweetallen vergelijkingen die op kaartjes staan, op moeten lossen, en dan op een soort lottobord de oplossing afdekken.
De leerlingen zijn enthousiast bezig en duidelijk niet alleen om de prijs van chocolade te winnen. Eigenlijk is vooraf al wel bekend wie de prijs in de wacht zal slepen. Gelukkig is voor de overige leerlingen ook een prijs beschikbaar in de vorm van een pepermuntbal.
De winnaars zitten allang van hun chocolade te genieten als Laura mij (PvdZ) vraagt of ze het volgende goed doet:

$$6h - 7 + 3h = 4(h + 12)$$
$$6h - 7 + 3h = 4h + 48$$
$$\quad -3h \quad -3h$$
$$6h - 7 = h + 48$$
$$-h \qquad -h$$

Natuurlijk doet ze dit goed; onder mijn toeziend oog maakt ze de opdracht verder af en tot haar duidelijke opluchting vindt ze de oplossing ‘11’ terug op het lottobord.
Na mijn bevestiging dat dit helemaal in orde is, vraag ik haar nog waarom zij in de eerste regel niet meteen 6h en 3h samennam. Ze kijkt verschrikt op. Dat hoort toch niet bij het oplossen van vergelijkingen? Wat doorvragen helpt niet en ik voel iets van: ‘Ik weet nu hoe dit moet, gun mij dat en vraag even niet verder.’ En natuurlijk gun ik haar dat.
Toch blijft er iets bij mij knagen. Je leert leerlingen toch geen algebraïsche vaardigheden om ze een aantal hoofdstukken later dan niet te durven gebruiken.
Laura had een 7 voor het proefwerk, het hoogste cijfer dat ze ooit voor een algebraproefwerk had gehaald. De vraag is echter of verderop de diverse ‘algebrabordjes’ ooit bij Laura op hun plaats zullen vallen. Haar docente is alert, maar hoe kan zij Laura daarbij ondersteunen?



figuur 1 Bron: Wisweb, DWO, Formules met haakjes

Het ReAL-project

Het bezoek aan SG Oscar Romero was een activiteit binnen het ReAL-project. ReAL staat voor *Rekenen en Algebra Leerlijnen*. In dit project werken SLO en FIsme samen, op zoek naar mogelijkheden om het onderwijs in reken- en algebraïsche vaardigheden te versterken.
Het is een klein project, dat onder de donkere wolken van alle discussies over het gebrek aan rekenvaardigheden en het tekort aan algebraïsche kennis en vaardigheden een bescheiden bijdrage levert aan de inhoudelijke ontwikkelingen rond het leren van rekenen en algebra en het kunnen gebruiken van de daarbij behorende vaardigheden.
In het voorjaar van 2007 lag de aandacht van het project op de onderbouw van het havo/vwo. In het najaar van 2007 ligt de aandacht op de onderbouw vmbo-kgt.

Informatie over het project en de projectproducten zijn te vinden op de site van de SLO, www.slo.nl/real. Daar vindt u onder andere: analyses, over reken- en algebraïsche vaardigheden in de onderbouw van het havo/vwo en van het vmbo-kgt, een leerlijnbeschrijving voor het havo/vwo met een aantal toetsen, en enig experimenteel lesmateriaal.
In het najaar wordt de site verder gevuld met materiaal voor de onderbouw vmbo-kgt.

Waar liggen kansen in het reken- en algebraonderwijs voor havo/vwo?

Het projectteam heeft het hoofd gebogen over de hv-delen van de twee meest gebruikte methoden in het Nederlandse wiskundeonderwijs, *Getal en Ruimte* en *Moderne wiskunde*, en gezocht naar mogelijkheden om het met inzicht verwerven van vaardigheden binnen rekenen en algebra te versterken. De hierboven genoemde analyse leverde het volgende beeld:

- Kort na de overgang PO-VO houdt het rekenen, in het bijzonder met breuken, (bijna) op. Enkele hoofdstukken later wordt gestart met algebra. In de algebrahoofdstukken wordt weinig tot niet voortgebouwd op het rekenen en daarmee ook geen gebruik gemaakt van de bij de leerlingen reeds aanwezige kennis, vaardigheden en strategieën.
- In de methoden wordt weinig en zeker niet structureel gebruik gemaakt van ondersteunende (denk)modellen, zoals getalpatronen, meetkundige situaties, rechthoekmodel (zie het voorbeeld verderop in dit artikel), bij het aanbieden en oefenen van algebraïsche vaardigheden.
- De aangeboden oefening is steeds sterk gericht op het herhalen van één vaardigheid. Op nadenken over en doordenken van de structuur en de betekenis van de gepresenteerde algebraïsche expressies wordt slechts mondjesmaat een beroep gedaan.

- De algebraïsche vaardigheden worden niet in een zichtbare opbouw geplaatst. Ook worden de kernen die moeten blijven hangen en waarop later zal worden voortgebouwd vaak niet duidelijk benoemd.
- In de formulelijn wordt wel gerekend met formules, maar het redeneren over en het zelf aanpassen, herleiden en construeren van formules komt weinig voor. Daarmee blijft de relatie tussen algebraïsche vaardigheden en vaardigheden rond het gebruik van formules onderbelicht.

In beide bestudeerde methoden zijn deze punten te herkennen. De mate waarin zij voorkomen loopt echter uiteen.

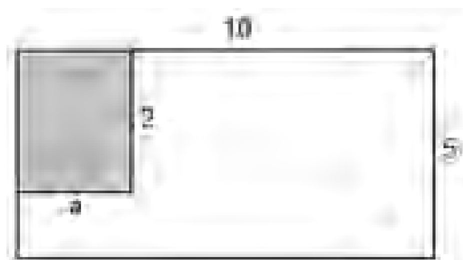
Dat dit enigszins te denken gaf, is één kant van de medaille. Bij onderzoekers en ontwikkelaars is beslist een en ander bekend over de condities waaronder leerlingen beter rekenen en wiskunde kunnen leren.[1] Waarom komen de uitkomsten daarvan dan niet in de boeken terecht?[2] De andere kant van de medaille is, dat er blijkbaar werk aan de winkel is voor een projectteam als ReAL dat een constructieve bijdrage wil leveren aan de vaardighedendiscussie binnen het reken- en wiskundeonderwijs.

Op basis van de genoemde kansen is in het project een aantal leerlijnen[3] benoemd:
De vermenigvuldiglijn - Deze lijn laat zien hoe het vermenigvuldigen van getallen inzichtelijk gekoppeld kan worden aan het vermenigvuldigen van algebraïsche expressies, bijvoorbeeld met behulp van het rechthoek- of oppervlaktemodel. Het rechthoekmodel kan na verloop van tijd geabstraheerd worden tot een tabel.
De breukenlijn - Veel bewerkingen met breuken zijn inzichtelijk te maken voor hv-leerlingen. Deze bewerkingen kunnen op een inzichtelijke wijze worden verwoord en daarna worden toegepast op breuken waarin variabelen zijn opgenomen.
De formulelijn - In de wereld om ons heen en ook binnen het gebied rekenen/wiskunde zijn veel patronen en verbanden te herkennen waarin een (numerieke) relatie tussen grootheden of variabelen kan worden aangegeven. Het ontdekken van deze verbanden, het opstellen van formules die deze beschrijven en vervolgens het redeneren over die formules met behulp van de taal van de algebra is de kern van deze lijn.

Meer leerlijnen zijn denkbaar, echter de omvang van het project stond het uitwerken daarvan niet toe. Bovengenoemde leerlijnen zijn beschreven en van enkele voorbeeldopgaven voorzien, en bij een aantal betreffende hoofdstukken uit de wiskundeboeken is aanvullend materiaal ontworpen.

Een voorbeeld waarin tegelijkertijd de vermenigvuldiglijn en de formulelijn aan de orde komen, is het volgende[4]:

Uit onderstaande rechthoek is het grijze stuk weggeknipt.



a. Geef een formule voor de oppervlakte van het overgebleven deel. Mogelijke antwoorden zijn:
$50 - 2a$;
$2(10 - a) + 30$;
$3a + 5(10 - a)$.
b. Hoe is iedere formule tot stand gekomen?
c. Laat algebraïsch zien dat de formules equivalent zijn.

De leerlijnen in de klas

Binnen het project was ruimte voor het maken van voorbeeldmateriaal. Met dat materiaal willen wij nagaan of de beschreven leerlijnen een vertaling kunnen krijgen die bruikbaar is voor docenten en die leidt tot een versterking van het algebraonderwijs. Daartoe zijn enkele hoofdstukken uit de methoden aangepast en aangevuld.[5]
Bij *Getal en Ruimte* is gekozen voor herordening van de betreffende hoofdstukken en is een aantal opgaven vervangen door werken met applets[6]. Daarmee wilden wij vooral meer kans geven aan de modelondersteuning. In het boek komen rechthoeken als steun bij het vermenigvuldigen wel voor, maar meer incidenteel en als context dan als ondersteunend denkmodel.
Bij *Moderne wiskunde* is gekozen voor de toevoeging van een aantal opgaven, waarmee vooral een verbinding met breuken en algebraïsche technieken is gelegd. Verder is een aantal opgaven toegevoegd aan het hoofdstuk 'Oplossen van vergelijkingen' waarin wordt gevraagd een vergelijking eerst te bekijken en te bedenken welke methode van oplossen handig is alvorens met oplossen te beginnen.

Een van de scholen die heeft meewerkt in het ReAL-project, is het Stedelijk Lyceum Enschede. Op deze school werken de leerlingen een groot deel van de tijd in een open leeromgeving en hebben ze twee keer in de week een instructie-uur wiskunde. De leerlingen plannen zelf hun activiteiten als zij in de leeromgeving werken. De school werkt met de methode *Getal en Ruimte*.
Anja en Marijke, de betrokken docenten, hechten aan goede vaardigheden, maar vinden dat de leerlingen wel moeten begrijpen wat zij aan het doen zijn. En dat laatste lijkt vaak te ontbreken. Zij horen regelmatig het geluid: *'Waarom moet het in het ene rijtje opgaven nou op deze manier en in een ander rijtje opgaven weer anders?'*
Marijke heeft de leerlingen gevraagd om tijdens het werken in de leeromgeving met wiskunde bezig te zijn, vanwege het bezoek van het ReAL-projectteam, en de hele klas geeft daar gehoor aan.
De leerlingen zijn goed 'on task', maar zijn wel op heel verschillende plaatsen in het hoofdstuk bezig. Overigens past dat prima bij de wijze waarop de school het onderwijs heeft ingericht.
De leerlingen werken met veel plezier aan de applets die in de plaats van een aantal opgaven zijn gekomen. Wel zijn er enkele onverwachte momenten.
Zo is een leerling bezig met de in ***figuur 1*** afgebeelde applet en heeft linksboven '$3x$' en rechtsonder '$4x$' ingetypt.
Dat antwoord kan van de computer geen goedkeuring krijgen.
Ik (PvdZ) heb ook niet direct door wat er aan de hand is, maar zie even later dat de programmeur blijkbaar is uitgegaan van de relatieve grootte van de stukjes. De computer gaat wel akkoord als $3x$ en $4x$ van plaats worden verwisseld.
Naar de leerling toe is mijn feedback simpel: 'Blijkbaar ben jij slimmer dan de computer, want jij ziet goede antwoorden die de computer niet ziet.'
En even doorvragend komt de leerling ook nog met de mogelijkheid $2x$ en $6x$. Hij kan de mogelijkheid x en $12x$ niet zelf bedenken, maar als ik die aanreik, is de reactie: 'Ja, natuurlijk kan die ook.'

Of die relatieve grootte van de stukjes wel of geen rol zou moeten spelen, hangt af van hoe de leerling de rechthoek gebruikt. Als een leerling in zijn denken heel dicht bij de tekening zit, zal het nog uitmaken. De leerling hierboven gebruikte de rechthoek meer als een tabel. Voor de laatste leerling is het zeker wenselijk dat de software ook de variaties die niet overeenkomen met de verhoudingen in de tekening, goedkeurt. Voor leerlingen die nog niet zo ver zijn, zal het waarschijnlijk niet hinderlijk zijn.

Andere leerlingen zijn met het boek aan de slag. Bij het ontbinden in factoren en het haakjes verdrijven zie ik regelmatig een rechthoek getekend.
Bij navraag gebruiken ze die liever dan de methode van het boek, waarin alle mogelijke ontbindingen van de laatste term in gehele getallen onder elkaar worden gezet.

$x^2 + 8x + 15$

Tabel van 15

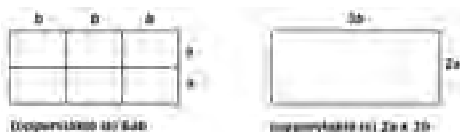
15		som
1	15	16
-1	-15	-16
3	5	8
-3	-5	-8

Dat ervaren zij meer als een 'maniertje' en minder als iets dat helpt bij het begrijpen. Opvallend is dat leerlingen vaak even haperen als de '1' een rol speelt bij het ontbinden, zoals bij het voorbeeld van de applet, waarbij de leerling niet zelf $(1)x$ en $12x$ kon bedenken.

Een ander voorbeeld is de opgave:
Ontbind in factoren: $8x^2 - 4x$

Bij navraag blijkt dit niet zozeer een begripsmatige hobbel te zijn, maar meer een mogelijkheid die je nu eenmaal gemakkelijk over het hoofd ziet. Als ik de leerling het antwoord geef ziet zij wel direct de bedoeling en maakt een soortgelijke opdracht meteen correct.
De leerlingen geven in een gesprekje achteraf aan dat zij veel steun hebben aan de applets. De rechthoeken en de tabellen geven hen het gevoel dat ze begrijpen wat ze aan doen zijn en dat zij daardoor meer grip op de algebra hebben. En grip hebben op, begrip hebben van, geeft veel meer plezier aan wat je aan het doen bent, tenminste bij algebra.
Maar niet alles is koek en ei.
Het boek brengt heel snel negatieve getallen en aftrekkingen in, wat het gebruik van een ondersteunend model bemoeilijkt. Het lijkt vanuit begripsmatig oogpunt gunstiger om eerst de leerlingen het beeld van de rechthoek als model te laten hanteren en deze geleidelijk om te laten zetten in een vermenigvuldigtabel. Op het moment dat de tabel voor de leerling betekenis heeft gekregen, kan die ook het werken met negatieve getallen en aftrekkingen ondersteunen.
Verder is het voor de leerlingen lastig om de taal van het boek in verband te brengen met het werken met de rechthoeken. Geen wonder eigenlijk: *'Je mag twee termen optellen, als het lettergedeelte gelijk is'* is niet gemakkelijk in verband te brengen met het samenvoegen van twee rechthoeken. Ook hier lijkt de weg naar formalisering wat overhaast te zijn genomen.

Bij Anja woon ik een instructie-uur van een brugklas bij. Een aantal leerlingen snapt niet waarom $2a \times 3b = 6ab$. Ook zij is blijkbaar nog niet zo vertrouwd met het rechthoekmodel dat zij vlot een tekening als hieronder op het bord zet.



Leerzaam was ook de waarde die de betrokken docenten aan de resultaten van het proefwerk volgend op het experiment verbonden. De docenten hadden het gevoel dat, omdat er geen toegenomen vaardigheid in de zin van hogere toetscijfers gemeten werd, het experiment weinig tot geen resultaat had gehad. Een onderzoeker is eigenlijk al blij als de resultaten hetzelfde blijven wanneer je een hoofdstuk didactisch op zijn kop zet en toch de standaardtoets gebruikt. Leerlingen die bij het werken aan de applet het modelgebruik oppikten, plukten daar duidelijk hun vruchten van bij het verder doorwerken van het hoofdstuk. Het gaf duidelijk toegenomen inzicht en daarmee meer plezier in de algebra. Eén enkel hoofdstuk op deze wijze aanpakken resulteert echter niet in een te meten 'betere vaardigheid' bij formele algebraïsche bewerkingen. Dit had overigens iets beter gecommuniceerd moeten worden naar de betrokken docenten.
Docenten hebben niet zomaar ondersteunende modellen in hun repertoire. Deze een keer aan hen voorleggen brengt hier nog niet meteen verandering in. Zeker niet als het vertrouwde boek die modellen niet gebruikt en de nadruk vooral legt op de vormkenmerken van de formules en niet op de achterliggende betekenis.
Voor het kunnen meten van verbeteringen op vaardigheidsniveau is een veel langer traject nodig dan aanpassing van één hoofdstuk. Daarvoor zijn doorlopende leerlijnen nodig. Wij zijn wel blij met de observatie dat betekenis geven aan formules en algebraïsche expressies de leerlingen echt houvast geeft bij het aanleren en effectief inzetten van algebraïsche vaardigheden.

Conclusie

Algebra is leuk als je het snapt. Algebra beheersen is meer dan alleen het trucje kennen. Dat blijkt elke keer opnieuw, en ook de leerlingen geven aan dat ze het 'waarom' willen weten. En omdat ook de lesboeken daar meestal geen antwoord op geven ligt daar een belangrijke taak voor de docent. 'Is dat altijd zo?', 'Hoe kun je dat zeker weten?', 'Waarom kies je hier voor deze methode en niet voor de algemene regel?' Gesprekken met de klas zijn belangrijk voor het ontwikkelen van het verband zien tussen de regels van de algebra en het rekenen en voor de achterliggende betekenis.

Noten

[1] Zie ook de artikelenreeks 'Parate kennis en algebra' van Anne van Streun in de vorige jaargang van *Euclides*.
[2] Hiermee willen wij niet meteen de zwarte piet bij de auteurs en uitgevers van de wiskundemethoden leggen. Zij reageren namelijk in hoge mate op vragen uit de markt.
[3] Zie voor een uitgewerkte beschrijving van deze leerlijnen de publicatie 'Leerlijnen van rekenen naar algebra', te downloaden van de site van de SLO (*www.slo.nl/real*).
[4] Ontleend aan: H. Burkhardt (2001): *Algebra for all: what does it mean? How are we doing?* In: H. Chick, K. Stacey, Jill Vincent, John Vincent (eds.): *The future of teaching and learning of algebra* (Proceedings of the 12th ICMI study Conference). Melbourne, Australia: The University of Melbourne; pp. 140-146.
[5] Deze bewerkingen zijn te vinden op de site van het ReAL-project (*www.slo.nl/real*).
[6] Zie *www.fi.uu.nl/wisweb/* en klik op *DWO* (Digitale Wiskunde Oefenomgeving), en u vindt een rijke bron aan applets.

Over de auteurs

Pieter van der Zwaart (*p.vanderzwaart@slo.nl*) en Wim Spek (*w.spek@slo.nl*) werken bij de SLO, Stichting Leerplanontwikkeling, respectievelijk als medewerker wiskunde en medewerker ICT en nask.
Monica Wijers (*m.wijers@fi.uu.nl*) en Truus Dekker (*t.dekker@fi.uu.nl*) werken bij FIsme, Freudenthal Instituut for science and mathematics education, als medewerker voor wiskunde.

Wiskunde in het Profielrapport

[Wim Kleijne]



Inleiding

In oktober 2004 en februari 2005 installeerde de Minister van OCenW respectievelijk de Profielcommissie N&T/N&G en de Profielcommissie E&M/C&M met een opdracht voor twee termijnen: één voor de korte termijn over een beperkt aantal concrete problemen en één voor de langere termijn met betrekking tot de hoofdlijnen van de profielen van de bovenbouw havo en vwo.

Het korte termijn advies is in mei 2005 uitgebracht.[1] Dit artikel zal gaan over het nu uitgekomen lange termijn advies.

De beide commissies die op twee personen na, de voorzitter en de auteur van dit artikel, verschillend waren samengesteld, hebben intensief samengewerkt met het oogmerk om zoveel mogelijk eenduidigheid en homogeniteit te verkrijgen in de advisering. Dit heeft tot resultaat gehad dat er een gemeenschappelijk eindrapport kon worden geschreven. Na publicatie van een ontwerpadvies in december 2006[2] is op 26 september 2007 het eindrapport[3] aan de staatssecretaris aangeboden. Onder verwijzing naar de originele rapporten zal ik in dit artikel ingaan op díe hoofdlijnen van het advies die betrekking hebben op het rekenen en de wiskunde[4].

Ontwikkelingen

Een advies over toekomstige mogelijke ontwikkelingsrichtingen kan slechts gegeven worden binnen de bedding van algemeen maatschappelijke en onderwijskundige tendensen, die naar verwachting van invloed zullen zijn op het onderwijs in de toekomst. Ik zal deze hier kort met enkele kernwoorden aanduiden.

Met betrekking tot de samenleving:

- kenniseconomie en kennissamenleving: kennis is een van de belangrijkste productiefactoren voor de economie geworden en gezien de ambities die Nederland in Europees verband heeft geformuleerd is het een uitdaging het aantal hoger opgeleiden te vergroten;
- informatisering: kennisuitbreiding gaat ook door ICT;
- individualisering: als gevolg van democratisering en stijging van welvaart en welzijn;
- informalisering: toenemend besef van gelijkheid en gelijkwaardigheid van alle mensen;
- internationalisering: vorming van jongeren tot Europese burgers en tot wereldburgers;
- multi-etniciteit: taken voor het onderwijs voor zowel allochtone als autochtone leerlingen;
- gender: het is noodzakelijk dat meer jongens, maar vooral ook meer meisjes bèta kiezen.

Met betrekking tot ontwikkelingen in het onderwijs:

- structuurontwikkeling: differentiatie in schooltypen, debat over de middenschool, invoering en gedeeltelijke ‘afschaffing’ van de basisvorming, invoering van de profielstructuur;
- kritische houding samenleving ten opzichte van school;
- verandering onderwijsinhouden: verhouding kennis / vaardigheden;
- schaalvergroting leidend tot grote, brede scholengemeenschappen;
- basiskenmerken Nederlands onderwijsstelsel[5]:
  --het stelsel is een publiek systeem (organisatie en financiering behoren tot de verantwoordelijkheden van de rijksoverheid),
  --in het stelsel is sprake van nationale kwaliteitsgaranties (dezelfde kwaliteit op alle scholen; denk ook aan het in de wereld unieke Nederlandse examensysteem, afgezien dan van een zeer

beperkt aantal andere landen waar het examen ook min of meer aldus fungeert),
--het stelsel voorziet in een gelaagd voortgezet onderwijs (vmbo (BB, KB, GL, TL), havo, vwo met verschillen in niveau en opleidingsduur);
- spanning tussen gelijke kansen voor iedereen en een zo hoog mogelijke kwaliteit;
- de huidige trend van een soort '*back to basics*', die sinds kort weer opgeld lijkt te doen, als reactie op eerdere trends. Zie bijvoorbeeld het advies van de Onderwijsraad 'Versteviging van kennis in het onderwijs'.[6]

In het eindadvies worden deze punten nader uitgewerkt en als uitgangspunten genomen voor de adviezen ten aanzien van de door de Profielcommissies gewenste ontwikkelingsrichting.

Kwaliteit

Zoals in alle onderwijsdiscussies is ook in het eindadvies het brandpunt van de advisering gelegen in de wijze waarop ons onderwijs zijn kwaliteit kan handhaven en versterken. Daartoe worden in dit advies enkele clusters van onderwijsinhouden onderscheiden:
- de 'letters';
- de 'cijfers';
- de 'natuur, maatschappij en cultuur'.

Vanzelfsprekend staan de woorden 'letters' en 'cijfers' voor veelomvattende terreinen. In ieder geval behoren het *rekenen*, de *cijfervaardigheid* en de *wiskunde* tot het domein van de 'cijfers'. In het vervolg van dit artikel richt ik de aandacht specifiek op deze aspecten van de 'cijfers'.

Vakinhouden

In de afgelopen tientallen jaren is de hoeveelheid leerstof in het voortgezet onderwijs behoorlijk uitgebreid. De Profielcommissies constateren dat deze vergroting van het algemene leerstofaanbod in het recente verleden onvermijdelijk ten koste is gegaan van de diepgang. Maar echte problemen heeft dit eigenlijk niet opgeleverd. De werkelijke knelpunten worden pas gesignaleerd op het gebied van de beheersing van de basiskennis en basisvaardigheden. Heel pregnant wordt dit duidelijk op de terreinen van het rekenen, de gecijferdheid en de wiskunde.
De klachten hierover vanuit de maatschappij, de vervolgopleidingen en de studerenden aan deze opleidingen zijn niet mis te verstaan. Dat hier wat moet gebeuren lijkt dan ook zonneklaar.

Gecijferdheid / Rekenen

Het advies van de Profielcommissies benadrukt het grote belang dat gehecht moet worden aan een hoge mate van *mathematical literacy* van iedere burger. Hierbij moeten natuurlijk de individuele verschillen, die nu eenmaal bestaan, in acht genomen worden. Maar het is onmiskenbaar dat het vrijwel onmogelijk is op adequate wijze aan de huidige samenleving deel te nemen, zonder ten minste een behoorlijke ontwikkeling op het gebied van gecijferdheid.
Gecijferdheid is hier op te vatten zoals Kees Hoogland en Marja Meeder dat in hun boekje[7] naar voren hebben gebracht.
De Profielcommissies geven aan dat van leerlingen in de tweede fase verwacht mag worden dat zij, ongeacht hun profiel, de kennis, vaardigheden en persoonlijke kwaliteiten bezitten om adequaat en autonoom om te gaan met de kwantitatieve kant van de wereld om hen heen. Het is zinvol onderscheid te maken tussen de begrippen passieve en actieve gecijferdheid. Het doorzien, interpreteren en beoordelen van kwantitatieve presentaties ('passief') kan nooit zonder ten minste een zekere geoefendheid in het manipuleren met rekenkundige bewerkingen ('actief'). Kennis en vaardigheden op dit gebied moeten worden aangeleerd in het primair onderwijs. In de onder- en bovenbouw van het voortgezet onderwijs dienen deze vervolgens verder versterkt en geborgd te worden door regelmatige oefening.

Wiskunde

Gecijferdheid, rekenen en wiskunde: drie aspecten van de mathematica die wel te onderscheiden, maar niet te scheiden zijn. De mate waarin en de wijze waarop deze aspecten met elkaar verbonden zijn en elkaar beïnvloeden, is allerminst eenvoudig. Het is te kort door de bocht om te stellen dat wiskundige kennis en vaardigheden een directe positieve invloed hebben op de rekenvaardigheid en de cijfervaardigheid. Maar toch hebben we het gevoel dat de aspecten invloed hebben op elkaar. In ieder geval zal de wiskunde in engere zin ook bijdragen aan het onderhouden van basis(reken)kennis en basis(reken)vaardigheden en aan het versterken van analytische vermogens. En daarmee vervult de wiskunde, naast een functie op het gebied van voorbereiding op het vervolgonderwijs, ook een functie op het gebied van de algemene vorming.
De Profielcommissies adviseren daarom dan ook dat wiskunde deel zal moeten uitmaken van elk profiel. Zij zijn van mening dat ook voor havo een eigen programma wiskunde C ontwikkeld moet worden, waarbij de nadruk gelegd zou moeten worden op de plaats van kwantitatieve informatie in cultuur en samenleving en op cultuurhistorische aspecten van de wiskunde, waarbij tevens een voldoende niveau ontwikkeld moet worden aan basiskennis en basisvaardigheden op de gebieden van rekenen, wiskunde en gecijferdheid.
In het korte termijn advies uit 2005 hebben de profielcommissies geadviseerd om naast wiskunde B een profielkeuzevak wiskunde D te ontwikkelen en aan te bieden.
Inmiddels is in het voorjaar van 2007 het wetgevingstraject voor de vernieuwde tweede fase afgerond, waarna op 1 augustus is gestart met de vernieuwde vakken wiskunde A, B, C en D in havo (met uitzondering van C) en vwo.
Met betrekking tot verdere inhoudelijke vernieuwingen van de wiskunde heeft de Vernieuwingscommissie Wiskunde (cTWO, de commissie Siersma) op basis van een visiedocument nieuwe voorstellen gedaan.[8] De Profielcommissies kunnen zich inhoudelijk goed vinden in de didactische uitgangspunten van dit document.

Samenhang

Het idee van 'samenhang' vormt één van de rode draden door de advisering van de Profielcommissies. De uitwerking hiervan komt tot uiting:
- binnen vakken,
- tussen vakken,
- binnen profielen,
- tussen profielen.

De Profielcommissies besteden sterke aandacht aan deze vier facetten van de samenhang-gedachte.
Binnen vakken dient het te gaan om een samenhangende opbouw van het curriculum. Wiskunde A, B, C en D hebben elk dan ook echt eigen kenmerken in een eigen samenhangende opbouw.
Tussen vakken vormt de zogenaamde 'concept-context'-benadering een mooie mogelijkheid verschillen te overbruggen.

Met name via goed gekozen gemeenschappelijke contexten kan winst worden geboekt voor de samenhang tussen vakken.
De profielgedachte op zich gaat uit van samenhang binnen een pakketopbouw. Een profiel moet een samenhangend geheel vormen, opgebouwd uit verschillende vakken.
De Profielcommissies vinden het van belang dat er een ontwikkeling in gang gezet wordt, waarbij ook de samenhang tussen profielen versterkt wordt. De Profielcommissies doen daarvoor voorstellen bijvoorbeeld in het voorgestelde ene ‘brede´ natuurprofiel met verschillende differentiatiemogelijkheden.
Voor de uitwerking hiervan verwijs ik naar het rapport zelf. Het gaat hier vooral over de plaats van de wiskunde in het geheel. Wiskunde is bij uitstek een vak dat naast eigen vakdiscipline-domeinen, leerlingen kennis en vaardigheden leert die zij bij andere vakken in alle profielen kunnen gebruiken. Het is hierbij van groot belang dat het onderwijs in de vakken zo op elkaar wordt afgestemd, dat de wiskundige kennis en vaardigheden aansluiten bij de andere vakken. Voor de toekomst zou gedacht kunnen worden aan een volgende opbouw. In de natuurprofielen (of: in het ene ‘brede’ natuurprofiel) maakt de *kern* van de wiskunde naast de drie natuurwetenschappelijke vakken deel uit van het verplichte profieldeel. Naast deze kern die voor alle bètabrede opleidingen in het hoger onderwijs noodzakelijk is, kiezen de leerlingen aanvullende wiskundevakken ter verbreding en verdieping.
Dit onderwerp dat al als discussiepunt ter sprake is gekomen in een overleg met de vijf vernieuwingscommissies van de natuurwetenschappelijke vakken en de wiskunde zal nog wel veel studie en overleg vergen. Om enkele punten te noemen:

- Uit welke onderdelen bestaat die ‘kern´ van de wiskunde?
- Hoe zien verbredings- en verdiepingswiskundevakken er uit?
- Zijn op basis van die ‘kern’ *verschillende* wiskundevakken als vervolg mogelijk?
- Is de wiskunde in het voortgezet onderwijs geschikt (te maken) voor een modulaire opbouw? Is dit wenselijk?

Kortom, een wereld aan vragen die alleszins waard zijn nader doordacht en uitgezocht te worden.

Aansluiting

De wiskunde in het voortgezet onderwijs vervult een functie in verband met de algemene ontwikkeling en vorming van de leerlingen, maar ook met betrekking tot de voorbereiding op vervolgopleidingen.
De opbouw en de inhoud van de diverse wiskundevakken dienen hierop afgestemd te zijn, evenals de keuzemogelijkheden van de leerlingen. Dit is eenvoudiger opgeschreven dan gerealiseerd, want de doorlopende lijnen van voortgezet naar hoger onderwijs zijn lang niet zo eenduidig als we wel zouden wensen. De Profielcommissies gaan hier tamelijk diep op in.[9]
Toegespitst op de wiskunde is het uitgangspunt voor de opzet van wiskunde B en D gericht op voorbereiding voor technische en exacte vakken. De plaats van wiskunde C lijkt ook duidelijk in het kader van de algemene ontwikkeling. De positie van wiskunde A is wat dat betreft veel lastiger. De bekende vragen (‘kun je met wiskunde A ook natuurkunde studeren?’ en dergelijke) komen in het rapport uitvoerig aan de orde, waarbij diverse mogelijkheden worden geschetst. Ik verwijs daarvoor weer naar het rapport zelf.

Tot slot

Het eindrapport van de Profielcommissies waaraan een dertigtal deskundigen uit het onderwijs en de wetenschap gedurende enkele jaren heeft gewerkt, gaat in op zeer veel facetten van ons onderwijs en zet deze in een behoorlijk breed perspectief.[10]
In het voorgaande kon ik slechts enkele punten noemen die betrekking hebben op de wiskunde. Ik doe daarmee onrecht aan de veelheid van gedachten die in dit rapport zijn neergelegd. Daarom hoop ik dat velen het rapport zelf zullen lezen en dat het rapport een bijdrage zal leveren aan de verdere ontwikkeling van ons voortgezet onderwijs.
Onze verantwoordelijkheid voor een zo hoog mogelijke kwaliteit van ons onderwijs wordt prachtig verwoord door Jacob Cats:
Indien de jonkheid niet en deugt,
En geef de schuld niet aan de jeugd,
De vader zelf verdient de straf,
Die haar geen beter les en gaf.
(Uit: ‘Spiegel van den ouden en nieuwen tijd’, door Jacob Cats.)

Noten

[1] *Kortetermijnadvies Profielcommissies,* uitg. SLO Enschede, 27 mei 2005, VO/2865/D04/05-062.
[2] *Bruggen tussen Natuur en Maatschappij*, Ontwerpadvies Profielcommissies, december 2006.
[3] *Kennis, kwaliteit en keuze in de tweede fase*, Eindadvies Profielcommissies, september 2007.
[4] Zie ook *www.profielcommissies.nl*, waarop het ontwerp- en het eindadvies zijn te vinden en de reacties van diverse organisaties op het ontwerpadvies.
[5] Deze basiskenmerken bepalen tot grote hoogte de karakteristieken van ons onderwijsstelsel dat, met variaties, gangbaar is op het Europese continent, maar afwijkt van dat van het Verenigd Koninkrijk en vooral van dat van de Verenigde Staten. Verschillen met onderwijsstelsels in andere landen zijn dikwijls te herleiden tot verschillen in of verschillende uitwerkingen van de basiskenmerken.
[6] Zie *www.onderwijsraad.nl*.
[7] Kees Hoogland, Marja Meeder (2007): *Gecijferdheid in beeld*. Utrecht: APS (ISBN 90 6607 381 0).
[8] *Rijk aan betekenis* (2007), uitg. commissie Toekomst WiskundeOnderwijs (zie *www.ctwo.nl*).
[9] Zie in dit verband ook de Expertgroep Doorlopende leerlijn Reken- en Taalvaardigheid, geïnstalleerd op 9 mei 2007, zie *www.minocw.nl* en voor het eerste deeladvies van de expertgroep d.d. 2 juli 2007 *http://dl.slo.nl*.
[10] Het eindrapport van de profielcommissies (bestaande uit het Eindadvies en het Kernadvies) verschijnt op de sites van het ministerie van OCenW (*www.minocw.nl*) en van de profielcommissies (*www.profielcommissies.nl*); ze zijn van deze sites te downloaden. Ook zijn beide adviezen op aanvraag (gratis) te verkrijgen bij de SLO te Enschede.

Over de auteur

Drs. Wim Kleijne (1942) is oud-wiskundeleraar, oud-rector en oud-(coördinerend) inspecteur van het voortgezet onderwijs, lid van de beide profielcommissies. Hij is nu met pensioen, maar nog werkzaam als algemeen voorzitter van de staatsexamencommissie vmbo, havo, vwo en als lid van verschillende adviescommissies.

SCHOOLTV: Wiskunde voor de tweede fase

[Johan Gademan, Ellian van Strien en Geerle van Wijk]

Op 15 november 2007 start bij SCHOOLTV een zesdelig programma voor bovenbouw havo/vwo. De uitzendingen zijn wekelijks op Nederland 2 op donderdagmorgen en duren 15 minuten. Zie het kader voor de uitzenddata.
Deze serie sluit aan bij het nieuwe bovenbouwcurriculum.
In dit artikel beschrijven we de opzet van deze uitzendingen. De afgelopen jaren waren er vergelijkbare programma's voor de vakken scheikunde en natuurkunde. Nu is het de beurt aan wiskunde. De serie start op een goed moment, precies in het introductiejaar van het nieuwe curriculum, en is geschikt voor alle leerlingen in bovenbouw havo/vwo.

Doelstelling

Het blijkt dat leerlingen (en misschien niet alleen leerlingen) een goed beeld missen van de rol die wiskunde in onze maatschappij speelt. Er is bovendien onvoldoende of een stereotiep beeld bij hen wat je ermee kunt doen en in welke beroepen wiskunde een dominante of op zijn minst ondersteunende rol speelt.
In zes documentaire programma's van 15 minuten willen we de relatie wiskunde en maatschappij benadrukken. Dat wil zeggen: havo- en vwo-leerlingen kennis laten maken met enkele toepassingen van wiskundige kennis in de samenleving en ze enthousiast houden/maken voor het vak wiskunde.
Er zijn twee belangrijke doelstellingen:
- ondersteuning ter oriëntatie op studie en beroep, en:
- toepassingen van leerstof in beeld brengen.

De serie is tot stand gekomen in samenwerking met Platform Bètatechniek (zie *www.platformbetatechniek.nl*).

Opzet

In elk van de zes uitzendingen staat een vraag centraal. Dit is enerzijds gedaan om de programma's voor alle leerlingen toegankelijk te houden en anderzijds om de leerlingen mee te geven dat een aantal vragen voor de wiskunde erg relevant zijn. De vragen dienen als kapstok voor de presentator Michiel Huisman om op onderzoek te gaan.
Hieronder volgt een korte beschrijving van deze zes programma's.

Uitzendingen	
15 november:	Wat betekent dat getal?
22 november:	Is het echt waar?
29 november:	Is dit toeval?
6 december:	Is dit de werkelijkheid?
13 december:	Kan het (nog) beter?
20 december:	Wat verander je?
Uitzendtijd:	9:30 – 9:45 uur / Zender: Nederland 2

Uitzending 1: Wat betekent dat getal? De wereld om ons heen zit vol met cijfers en getallen. Welke betekenis geef je aan getallen? Welke getallen zijn er? Welke getallen worden gebruikt? Wat is het voordeel van al die getallen?

Uitzending 2: Is het echt waar? Waar of niet-waar? Het lijkt zo makkelijk, maar dat is het niet. Het is nog moeilijker uit te leggen waarom iets waar of niet waar is. Hoe kun je uitleggen of 'iets' waar of niet waar is? Wat zijn bewijzen?

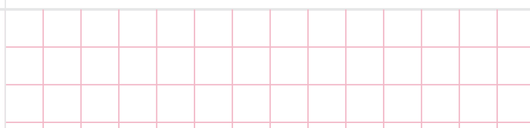
Uitzending 3: Is dit toeval? Zijn bepaalde gebeurtenissen nu toevallig of juist helemaal niet? Ben je ergens behendig in of is het allemaal geluk? Wanneer spreek je van toeval? Wanneer spreek je van geluk? En wanneer niet meer?

Uitzending 4: Is dit de werkelijkheid? Een model is een weergave van de werkelijkheid. Een model geeft informatie over de werkelijkheid. Met behulp van een model kun je wel uitspraken doen over de werkelijkheid. Hoe maak je een model en wat kun je wel en niet met een model?

Uitzending 5: Kan het (nog) beter? Hoe vind je de meest gunstige waarde? Wanneer is de winst het hoogst? Wanneer zijn de kosten het laagst? Is het goed zo, of is er een nog gunstiger waarde? De meest optimale situatie (in een model) wordt berekend.

Uitzending 6: Wat verander je? Bij het manipuleren van beeld en geluid ben je volop met wiskunde bezig. Functies beschrijven je handelingen en hebben een bepaald effect. Welk effect? Hoe kun je functies op een doordachte manier gebruiken?

Vast onderdeel in elke uitzending zijn de Wiskundemeisjes (zie *www.wiskundemeisjes.nl*).







SCHOOLTV



Begeleidend materiaal

Naast de tv-serie, die ook op dvd verkrijgbaar zal zijn, komen er een docentenhandleiding en een website.

- Handleiding voor de leraar met verwerkingsmateriaal voor de leerling. Bij ieder programma hoort een programmabeschrijving, achtergrondinformatie en uiteenlopende vragen en opdrachten en praktische activiteiten. Het project is niet gebonden aan een bepaalde methode en kan dan ook gemakkelijk naast de verschillende wiskundemethoden gebruikt worden.
- Via *www.eigenwijzer.nl/wiskunde* vinden u en uw leerlingen meer informatie. Door een deel van de stof via internet aan te bieden wordt de mogelijkheid geboden om leerlingen zelfstandig aan het werk te laten gaan; van het zoeken naar informatie tot het verwerken ervan en communiceren erover.

Hier is ook de mogelijkheid voor leerlingen om de code te kraken en een iPod Nano te winnen.

Bestelinformatie

De docentenhandleiding met verwerkingsmateriaal (inclusief ict-opdrachten) kost € 14,00. Na de laatste uitzending worden de programma's op dvd uitgebracht; prijs € 32,50. Bestellen is mogelijk via *www.schooltv.nl/bestellen* of telefonisch, 0900-1344 (20 ct/min).

Over de auteurs

Johan Gademan is voorzitter van de Stichting Math4all. Hij was 14 jaar docent wiskunde en 13 jaar werkzaam bij Wolters-Noordhoff, ThiemeMeulenhoff en Codename Future. Sindsdien werkt hij als zelfstandig en onafhankelijk educatief specialist. Hij is ontwikkelaar van lesmateriaal en biedt educatieve ondersteuning aan docenten, scholen en uitgeverijen. Hij is medeontwikkelaar van deze Schooltv-serie.
E-mailadres: *j.gademan@math4all.nl.*
Ellian van Strien is eindredacteur bij Schooltv.
E-mailadres: *ellians@teleaccnot.nl.*
Geerle van Wijk is projectmanager bij Schooltv.
E-mailadres: *geerlw@teleacnot.nl.*

Wiskundeoffensief start met wiskundefilm

[Platform Bèta Techniek]

Wiskunde is *hot news*. Met de introductie van het nieuwe vak wiskunde D zijn er maar liefst vier soorten wiskunde. Daarnaast komt wiskunde terug in het nieuwe vak Natuur, Leven & Technologie, de Onderwijsraad wil een voldoende voor wiskunde als voorwaarde voor een diploma én bij Teleac start op 15 november de serie 'Wiskunde voor de tweede fase'. Op 21 september kwam hier de *Wiskundefilm* bij.

De *Wiskundefilm* gaat in op vooroordelen over wiskunde, op een speelse, inspirerende manier, die goed aansluit bij de doelgroep van leerlingen uit onderbouw havo/vwo. De film zal landelijk verspreid worden onder wiskundedocenten en kan gratis aangevraagd worden via *m.dekok@deltapunt.nl*.

De trailer is te zien op *www.meerwiskunde.nl*. 'Wiskunde, dat zijn saaie en moeilijke sommen… en je kunt er alleen wiskundeleraar mee worden.' Deze opvatting van leerlingen uit de onderbouw van havo/vwo was voor het Platform Bèta Techniek aanleiding om een 'Wiskundefilm' te initiëren, een film voor leerlingen uit 3 havo/vwo met als doel om de beeldvorming rond wiskunde bij te stellen en een positieve rol te spelen in het profielkeuzeproces van leerlingen voor een N-profiel.



Over Platform Bèta Techniek
Het Platform Bèta Techniek wil zorgen voor goede beschikbaarheid van bètatechnici. Het doel: structureel 15% meer leerlingen en studenten in bètatechnisch onderwijs en een betere benutting van bestaand talent in bedrijven en onderzoeksinstellingen. Zie ook *www.platformbetatechniek.nl*.

Aankondiging / Wintersymposium KWG

Wiskundehelden uit de Gouden Eeuw
zaterdag 12 januari 2008, Utrecht

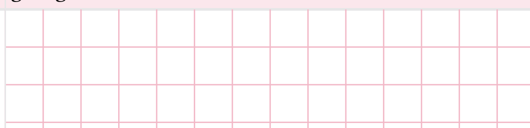
Stevin, Van Schooten, Huygens
Dit Wintersymposium van het Koninklijk Wiskundig Genootschap (KWG) staat in het teken van drie wiskundehelden uit de 17e eeuw.
Teun Koetsier, universitair hoofddocent geschiedenis van de wiskunde aan de Vrije Universiteit te Amsterdam, opent het symposium met een voordracht over Simon Stevin.
Jan van Maanen, hoogleraar-directeur van het Freudenthal Instituut voor Didactiek van Wiskunde en Natuurwetenschappen, zal spreken over vader en zoons Van Schooten.
Fokko Jan Dijksterhuis, universitair docent wetenschapsgeschiedenis aan de Universiteit Twente, sluit het symposium af met een lezing over Christiaan Huygens.

Praktische informatie
Het symposium wordt gehouden in het Academiegebouw van de Universiteit Utrecht (Domplein 29, 3512 EJ Utrecht). Het programma start om 10:00 uur en eindigt ca. 14:45 uur. U wordt verzocht u van te voren online aan te melden via de website van het Koninklijk Wiskundig Genootschap: *www.wiskgenoot.nl* > 'wat doet het KWG' > 'congressen en symposia'.



Simon Stevin (1548-1620)

Op die website is ook het volledige programma te vinden, inclusief samenvattingen van de lezingen. Van de deelnemers wordt een bijdrage gevraagd, o.a. voor lunch en consumpties gedurende de dag. Leden van het KWG betalen € 12,50, niet-leden € 17,50.
Nadere inlichtingen: Iris van Gulik - *gulikgulikers@home.nl* - (038)4536366.



Verschenen / Het Mysterie van Pythagoras

Uit de flaptekst - Pythagoras komt op een verrassende wijze letterlijk en figuurlijk tot leven. Om zijn onschuld te bewijzen moet hij uit een inrichting ontsnappen en heeft hij Matteo en Sophia nodig. Samen proberen ze uit handen van de bewakers en de Zuid-Italiaanse Maffia te blijven. Het drietal is ze met wiskunde steeds te slim af. Pythagoras toont zich in alle intriges en bij alle complotten een ware leermeester. 'Het mysterie van Pythagoras' is een spannend boek voor middelbare scholieren die moeite hebben met of juist plezier hebben in wiskunde, maar ook voor volwassenen die de huidige wiskunde nog eens in een boeiende context willen tegenkomen. Na dit boek vraag je je nooit meer af waarvoor je wiskunde eigenlijk nodig hebt.

Jan Helmer is in 1955 geboren. Hij is sinds 1978 wiskundedocent en momenteel werkzaam aan het Blariacumcollege in Venlo. Hij heeft geprobeerd met dit boek zijn passie voor de literatuur, de wiskunde, de filosofie en de Italiaanse cultuur samen te voegen.



Ondertitel: Wiskunderoman
Auteur: Jan Helmer
Uitgever: zie www.pythagorasproject.nl
ISBN 978 90 811843 1 1
Prijs: € 16,90 (136 pag.)



Aankondiging / De Primitieven: in spiegelbeeld

Vandaag de dag vraagt men zich af hoe de Vlaamse Primitieven uit de 15de eeuw reeds zo gedetailleerd konden schilderen. De hedendaagse schilder David Hockney beweert dat schilders vanaf 1430 gebruik gemaakt zouden hebben van optische hulpmiddelen: met behulp van een holle spiegel zou de schilder de scène eerst op het doek geprojecteerd hebben wat hem vervolgens toeliet om met zeer gedetailleerde precisie het beeld vast te kunnen leggen.

In de interactieve tentoonstelling 'De Primitieven: in spiegelbeeld', een project van de lerarenopleiding van de Hogeschool Antwerpen, kan men nagaan of dit daadwerkelijk vroeger gebruikt werd. De opstelling gesuggereerd door Hockney is nagebouwd en de toeschouwer kan zelf met verschillende spiegels proberen het beeld op een doek te projecteren en na te schilderen. Door met spiegels en lenzen te spelen krijgt de toeschouwer inzicht in hun werking. Daarnaast wordt het tijdskader prachtig geïllustreerd gaande van oude boeken over optica en perspectief tekenen tot de weergave van moderne toepassingen van spiegels en lenzen.

Deze interactieve tentoonstelling loopt van 9 november tot en met 2 december 2007 in de Nottebohmzaal van de Stadsbibliotheek te Antwerpen en is iedere middag tussen 13 en 17 uur gratis te bezichtigen.

Ik las en dacht…

[Klaske Blom]

Personeelstekorten

Buiten mijn boekje
Deze keer zou een omgekeerde rubriekstitel passender zijn: *Ik dacht en las…* Ik heb me namelijk niet gehouden aan mijn eigen opzet om mijn gedachten te laten gaan naar aanleiding van een 'oude' tekst. Ik 'moest' en wilde schrijven over dat wat me hoog zit, en hoopte er een bemoedigende 'oude' bron bij te vinden. Dat is niet gelukt. Wel vond ik in een nummer van *Euclides* uit 2003 een interessant artikel van Paul Ket over het doceren door leerlingen[1]. Ik ga dus een beetje buiten mijn boekje deze keer en laat u (verderop) een klein stukje herlezen uit het artikel *Lesgeven samen met leerlingen*, van nog maar vier jaar geleden. Maar eerst…



Peer care!

Googelen op personeelstekort
Ik maak me zorgen, echt enorme zorgen over de kwaliteit van het onderwijs dat wij op school kunnen leveren in de komende jaren. Tot nu toe ben ik trots op het werk van onze vakgroep; op het onderwijs dat we leveren, de discussies die we met elkaar voeren over de lange lijnen, op onze zoektocht naar werkvormen, de eisen die we stellen aan leerlingen, de implementatie van ict-onderwijs; op de plannen die we met elkaar maken en uitvoeren. Maar, hoe moeten we onze kwaliteit waarborgen als we straks met te weinigen zijn? Hoe moet het als we de huidige vacatures niet vervuld krijgen?
U moet eens 'googelen' op 'personeelstekorten onderwijs'. Dan vindt u een enorme hoeveelheid artikelen (ca. 125.000) waarin een nog grotere hoeveelheid maatregelen beschreven wordt om het lerarentekort in het onderwijs op te vangen en tegen te gaan. Minister Plasterk, de commissie Rinnooy Kan, aan ideeën geen gebrek. Dat dit op lange termijn effect zal, hebben betwijfel ik niet. Het tij zal zich ooit weer keren, de beleidsmakers doen hun best om gevolgen van slecht beleid in het verleden te compenseren, en dat zal heus wel lukken. De volgende generatie beleidsmakers zal dan weer… enz. enz.
Het is interessante materie, maar voor de nood op de werkvloer heb ik er niets aan. We hebben te maken met de acute situatie van te weinig collega's. Wat te doen als een vacature onvervulbaar blijkt? Rinnooy Kan pleit voor crisismaatregelen (in de Volkskrant van 13 september): '…lessen laten geven door werknemers uit bedrijven en door promovendi; parttimers kunnen meer uren draaien en oudere docenten kunnen langer doorwerken.' *Kunnen*, natuurlijk kunnen ze dat, maar waarom zouden ze? We kunnen ook de vacante klassen onderling verdelen; krijgen alle leerlingen gewoon een uur minder zodat iedereen toch les kan krijgen, vertragen we het tempo en maken we van een 5-jarige havo een 7-jarige opleiding.
Als ik google op concrete oplossingen voor de acute situatie, vind ik helemaal niets. Eigenlijk weet ik ook niet zo goed wat de zoektermen zouden moeten zijn om in dit geval goed te googelen; misschien 'creativiteit hoorcolleges online-les', misschien 'peer teaching leerlingen-voor-de-klas', misschien 'voorrang onderwijs geld'. *Peer teaching*[2] levert wel wat op, maar de rest bar weinig. Het zijn niet de goede trefwoorden. Moeilijk hoor.
Hoe wapen ik me tegen deze onafwendbare ellende? De realiteit bij mij op school: We geven ongeveer 225 lesuren wiskunde per week met onze vakgroep. We hebben vlak voor de zomervakantie een vacature van 18 uur niet kunnen vervullen, en toen besloten om de uren te verdelen over een aantal van ons, waardoor we tijdelijk een paar uur meer werken tot we een nieuwe collega gevonden hebben. Grandioos voor de korte termijn! Over drie maanden vertrekt een andere collega naar het buitenland en is de vacature opgelopen tot 30 uur. We vinden heus wel iemand… het is toch altijd nog goed gekomen… we zijn een prettige school en inspirerende vakgroep, dus er komt echt wel iemand op af…
Maar al die advertenties, al die scholen die in de WiskundE-brief adverteren dan? Zijn jullie weer compleet?

Leest u ter illustratie een oplossing bedacht door de Helen Parkhurst school in Almere, zoals beschreven in het artikel van Paul Ket. Ook bij hem op school was er een personeelstekort, voor de wiskundelessen in de onderbouw. En er is een bijeenkomst belegd om te zoeken naar oplossingen:

"Urenuitbreiding bij de wiskundedocenten is niet mogelijk: op de mensen die er zijn, moet je zuinig zijn. Er wordt gepraat, maar er is geen oplossing. De bijeenkomst wordt beëindigd met de opdracht het ondenkbare te verzinnen, zolang het maar bijdraagt aan de oplossing van het probleem.
Half november worden de 'Afdelingsuren' ingesteld, op dat moment meer naam dan inhoud. Eerste doel: zorgen dat alle klassen weer les krijgen. Middel: inzetten van bovenbouwleerlingen in de onderbouw. Ter voorbereiding wordt één docent een week geheel vrijgeroosterd om het plan uit te werken. Het rooster wordt aangepast en op 6 december beginnen de Afdelingsuren. Door alle klassen één in plaats van twee lesuren te geven, kunnen er uren over naar klassen die nog geen docent hadden. Maar slechts één uur wiskunde in de week is te weinig. De Afdelingsuren zijn er om dit op te vangen. [...]
Klas 2P heeft normaal gesproken les van collega Karel. Karel is veel afwezig. Vervelend, maar nu er te weinig collega's zijn, vallen de uren uit. In de tweede klassen leidt dit al tot onrust: de resultaten zijn slecht, het gebrek aan lessen eist zijn tol. De Afdelingsuren betekenen dat ze nog maar één lesuur van Karel hebben, ze krijgen er een lesuur met twee vwo-5 leerlingen voor terug. En dat Afdelingsuur gaat altijd door! Omdat er tegelijkertijd nog drie andere 2e klassen wiskunde hebben, zijn er meerdere docenten en gaat het uur altijd door. Ook lopen er zoveel mensen rond die kunnen uitleggen dat ze nu lekker op kunnen schieten. Vooral de meiden uit 2P vinden het fantastisch, les te krijgen van die mooie jongen uit vwo-5. Wiskunde wordt weer spannend…
Docent Philip heeft dat uur de regie en vangt de afwezigheid van Karel op. Zo blijft klas 2P toch bij. Het vraagt wel veel van de klas: ze moeten zelf zorgen bij te blijven, en omdat de vwo-leerlingen niet veel voor het bord doen, moeten de leerlingen echt om uitleg vragen, anders denken ze dat ze het snappen terwijl dat toch niet zo blijkt te zijn. Soms gaat het niet goed: leerlingen zonder zelfdiscipline doen in het Afdelingsuur te weinig en krijgen op het proefwerk de rekening gepresenteerd.
Leerlingen vinden het wel grappig dat ze les hebben van zoveel verschillende mensen. Ook de rector die een keer komt kijken, wordt voor wiskundedocent aangezien en krijgt de vraag om een som uit te leggen. Hij moet in de vwo-ers zijn meerderen erkennen."

Wie Weet Wat?

Paul Ket werkt op een Daltonschool waar een aantal zaken makkelijker te realiseren lijkt dan op de mijne: een afdelingsuur, waar je parallel met je collega's geroosterd staat op meerdere klassen en hogerejaars aanwezig zijn om les te geven. Ook al zie ik de vertaalslag naar mijn eigen school nog niet direct, het is wel inspirerend. Het is tot nu toe ook wel het enige creatieve idee dat ik ken. Er lijkt vooral stilte te heersen wat de oplossingen voor het personeelstekort betreft. En dat is misschien ook logisch. Stel dat ik zou suggereren te weten hoe we met minder formatie hetzelfde werk kunnen verzetten… dat is toch mijn eigen graf graven? We hebben toch alle tijd altijd hard nodig?
En toch, we moeten wel. We moeten onze gedachten laten gaan over een toekomst waarin we misschien voor langere tijd de vacatures niet vervuld krijgen. Ik zou graag de discussie gevoerd zien onder collega's, om van elkaar te leren, om van experimenten te horen.

Wat mij betreft, ik zou aan de inhoud van de wiskundeprogramma's niet willen tornen. Natuurlijk, het zou wel een optie kunnen zijn: we halen bijvoorbeeld alle meetkunde uit de programma's, en ook de integraalrekening. En misschien zijn voor sommige stromen alleen lineaire en kwadratische functies voldoende. Dan kunnen we stof, eindtermen, en dus uren schrappen, en dat scheelt formatie. Als de geschrapte onderwerpen toch nodig blijken te zijn later, moeten de vervolgopleidingen maar bijspijkeren. Het is een optie…
We zouden het kunnen zoeken in een verbetering van onze didactiek. Maar zijn we daar al niet continu mee bezig? We zijn er nog niet (of niet meer) met ons wiskundeonderwijs; er valt nog veel te verbeteren, ook met een docentenoverschot. En hoe je het ook wendt of keert, wiskunde leer je toch vooral door (begeleid) oefenen en ploeteren en dat kost tijd. De werkvormen waardoor je als leerling daartoe aangezet wordt zijn belangrijk omdat ze van invloed zijn op de motivatie, maar uiteindelijk moet het leiden tot 'doen'. En juist dat 'doen' van leerlingen, het bezig zijn met de stof en met opgaven, levert de vragen op die essentieel zijn voor het leerproces. De klassengesprekken die ontstaan naar aanleiding van de vragen, de discussies, de verdieping van de theorie, alles wat in het samenspel tussen docent en leerling ontstaat vraagt tijd en rust. Rust om te kunnen leren. Een verbetering van didactiek zal in mijn ogen dan ook nooit tot een tijdsbesparing leiden. Wel tot een beter begrip, tot verhogen van het niveau, tot meer bevrediging bij het leren. Maar in het kader van mijn zoektocht naar oplossingen brengt het me nergens.

Mijn idee sluit aan bij het verhaal van Paul Ket. Volgens mij laten we (te) veel potentieel van leerlingen liggen, en leggen we de lat soms te laag. Leerlingen hebben meer talenten dan wij vaak van ze te zien krijgen, soms om de simpele reden dat veel talenten op school niet in een cijfer uitgedrukt worden en daarmee ook niet aan bod komen. Denk hier bijvoorbeeld aan grote sociale betrokkenheid, aan goed kunnen uitleggen, aan behulpzaamheid. Soms is een leerling ook gewoon liever lui dan moe, of berekenend, of niet geïnteresseerd in school, en zien we daarom niet al het potentieel. Maar elke leerling heeft een vak waarmee hij speciale affiniteit heeft, waarin hij goed is. Mijns inziens zouden we daarom elke leerling kunnen uitdagen en verplichten om zijn talenten in te zetten voor jongerejaars, zodat we peer-begeleiding in kunnen voeren. Over de school- en roosterorganisatie wil ik het nu niet hebben, maar ik stel me voor dat elke leerling ingezet wordt bij een vak gedurende één periode per jaar. Voorbeeld: vier 3e jaars vwo-leerlingen worden ingezet bij de lessen aardrijkskunde in de vier 2-vwo-klassen tussen herfst en kerst. Na de kerst nemen vier andere derdeklassers het over. Aan de twee havo-4 wiskunde B klassen worden elke periode twee nieuwe vijfdejaars toegevoegd en bij gym in de 11 brugklassen zijn steeds 11 tweedeklassers aanwezig. Voor een leerling betekent dit ongeveer 3 uur extra per week, gedurende één periode. Voor mij als docent betekent dit dat ik bij elke les die ik geef in een klas, een leerling als assistent heb die het programma een jaar eerder gevolgd heeft met goed resultaat. Dat biedt enorm veel mogelijkheden. De ouderejaars kan



Kan 'ie ook al lesgeven?

ingezet worden om met een groepje leerlingen extra oefenmateriaal door te werken, of hij kan met individuele leerlingen aan het werk gaan tijdens de les, als een soort bijles in de les. Hij kan ook een klassikale uitleg doen van een stuk stof, of met een groepje leerlingen naar de computerruimte gaan om te oefenen met het extra digitale materiaal dat door de methode geleverd wordt. Of rondlopen om vragen te beantwoorden terwijl de leerlingen in groepjes aan het werk zijn na een klassengesprek over een nieuw onderwerp. Of… of…

Volgens mij heeft in ieder geval ook de peer-coach winst bij deze opzet: door iets uit te leggen vergroot hij zijn eigen begrip. Het kost hem weliswaar 3 uur extra per week voor een periode van 7 weken, dat is ruim 20 uur extra lesuren op jaarbasis, maar het lijkt me de investering in vak en in zelfvertrouwen meer dan waard.

Maar het ging om tijdwinst, immers. Ik was op zoek naar mogelijkheden om in geval van een tekort aan formatie toch de kwaliteit van ons onderwijs te kunnen waarborgen. Zie hier: als er zo'n systeem van ouderejaars-peer-coaches zou bestaan, als het te-doen-gebruikelijk binnen school zou zijn, zou ik in tijden van collega-schaarste twee klassen tegelijk kunnen lesgeven. Bijvoorbeeld de eerste helft van de les in de ene klas, de tweede helft in de andere klas, terwijl in beide klassen tijdens de andere helften een ouderejaars aanwezig is om de leerlingen te ondersteunen bij hun werk.

Nogmaals, wiskunde blijft een kwestie van 'doen'. Leerlingen moeten zelf aan de slag en hebben iemand nodig bij wie ze terecht kunnen met hun vragen. Dit zou in mijn ogen heel goed een ouderejaars kunnen zijn, een getalenteerde ouderejaars, waarom niet? Wie zou er slechter af zijn?

Tenslotte: zorgen of kansen?

Het lijkt zo'n managerstruc om je in een nadelige situatie toch weer te wijzen op de mogelijkheden die juist die vervelende omstandigheden bieden. Of misschien is het gewoon Cruyffiaans: 'elk nadeel heb zijn voordeel'. Ik vind het ondoenlijk om het voordeel te zien van te weinig mensen voor de klas, maar als het leidt tot goede ideeën over het inrichten van ons onderwijs, is dat toch wel mooi meegenomen.

Hoe je het ook wendt of keert, als je met te weinig collega's bent, wordt het werk zwaarder en misschien wel te zwaar, vooral als je ook nog naar oplossingen voor dit probleem gaat zoeken. Persoonlijk kan ik toch niet laten om het te doen, omdat ik dan wel niet verantwoordelijk ben voor het ontstaan van het dreigend tekort, maar me wel verantwoordelijk voel voor de leerlingen die er straks de dupe van zijn. Een onderwijsvalkuil?

Laten we vooral gesprekken met elkaar voeren en de gedachten laten gaan. Wie weet hoe ver we komen!

Noten

[1] Paul Ket: *Lesgeven samen met leerlingen*. In: *Euclides 78*(7), mei 2003.

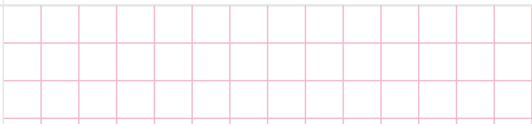
[2] Onder *peer teaching* verstaan we in dit kader het lesgeven door leerlingen aan leerlingen. *Peers* zijn 'gelijken'.

Over de auteur

Klaske Blom is redacteur van Euclides en wiskundedocent in Amersfoort aan het Meridiaan College, vestiging 't Hooghe Landt.
E-mailadres: *kablom@tiscali.nl*

LERARENTEKORT!

EN TOEN KWAM DE CONCIËRGE WISKUNDE GEVEN...



De Kennisbank Wiskunde van het Ruud de Moor Centrum

[Henk Staal]

Inleiding

Veronderstel dat u op zoek bent naar aanvullend oefenmateriaal voor leerlingen die nog niet goed uit de voeten kunnen met procenten, of dat u een overzicht wilt hebben van software die gebruikt kan worden bij lineaire verbanden, of u wilt voorbeelden zien van de rol die wiskunde kan spelen bij vakoverstijgende thema's, of u wilt weten wat dyscalculie inhoudt omdat u een leerling hebt die uitzonderlijk slecht rekent, of… Voor dit soort vragen kunt u terecht bij de Kennisbank Wiskunde die ontwikkeld wordt door het Ruud de Moor Centrum[1] van de Open Universiteit Nederland in samenwerking met scholen en lerarenopleidingen. Deze kennisbank is op internet voor iedereen beschikbaar (zie *www.kennisbankwiskunde.nl*).
Het Ruud de Moor Centrum is destijds met het ontwikkelen van de Kennisbank Wiskunde begonnen omdat er bij het opleiden van leraren op de werkplek behoefte is aan didactische en vakinhoudelijke informatie die direct toepasbaar is in de lestaak van de leraar in opleiding. Hiertoe worden naast de kennisbanken voor verschillende vakken ook andere producten ontwikkeld (zie *www.ou.nl/eCache/DEF/4/991.html*).
We laten in dit artikel zien hoe de Kennisbank Wiskunde aansluit bij recente ontwikkelingen op de lerarenopleidingen en vernieuwingen in het voortgezet onderwijs. We beschrijven verder de stand van zaken bij de ontwikkeling van de Kennisbank Wiskunde en de plannen voor verdere ontwikkeling. Zoals uit de beschrijving van de inhoud en de structuur van de kennisbank zal blijken, is de kennisbank voor alle wiskundeleraren relevant, ongeacht of ze in opleiding, beginnend of ervaren zijn. We beginnen met het gebruik van de kennisbank bij de lerarenopleidingen, omdat daar de grootste gebruikersgroep zit. Voor zes tweedegraads lerarenopleidingen is de kennisbank inmiddels een belangrijk onderwijshulpmiddel.

Beroepsvoorbereiding op de werkplek

Ooit werden toekomstige docenten voorbereid op hun beroep door ze behalve in het vak waarvoor ze gekozen hadden, ook te scholen in vakken als didactiek, leerpsychologie en pedagogiek. Deze vakken vormden een theoretische basis voor de pedagogisch-didactische kant van het leraarschap.
Daarnaast werd de praktijk van het lesgeven geoefend in stages op scholen. Als bezwaar van deze aanpak werd vaak genoemd dat het bestuderen van deze theoretische vakken te weinig effect had op de praktijk van het lesgeven.
Om aan dit bezwaar tegemoet te komen wordt tegenwoordig geprobeerd bij de beroepsvoorbereiding van toekomstige docenten veel meer van de beroepspraktijk uit te gaan. In de afgelopen jaren heeft de Stichting Beroepskwaliteit Leraren in kaart gebracht over welke kwaliteiten een docent moet beschikken. Deze kwaliteiten zijn sinds augustus 2006 in de vorm van bekwaamheidseisen vastgelegd als uitwerking van de wet op de Beroepen In het Onderwijs (BIO). Lerarenopleidingen en stagescholen werken samen om er voor te zorgen dat studenten aan het eind van de opleiding kunnen voldoen aan die bekwaamheidseisen. Dat gebeurt vooral door te stimuleren dat studenten leren van ervaringen die ze op de stagescholen opdoen. Met behulp van assessments wordt vastgesteld in hoeverre dit leerproces vruchten afwerpt. Bij die assessments ligt het initiatief bij de studenten. Die moeten bijvoorbeeld met behulp van video-opnamen van lesfragmenten laten zien wat de vorderingen zijn op pedagogisch en didactisch gebied. Behalve bekwaamheden op deze gebieden worden in de wet BIO ook bekwaamheden beschreven op het vakinhoudelijke, interpersoonlijke en organisatorische vlak en bekwaamheden in de samenwerking met collega's. Vorderingen op deze gebieden moeten ook tijdens assessments aangetoond worden aan de hand van beschrijvingen van activiteiten die studenten hebben ondernomen op de stageschool. Er wordt daarbij vanuit gegaan dat zowel theoretische inzichten als praktische vaardigheden op de genoemde gebieden het best ontwikkeld kunnen worden door te reflecteren op ervaringen op de stageschool en die ervaringen achteraf te plaatsen in een theoretisch kader. Studenten houden in een portfolio bij hoe ze de voorgeschreven kennis, inzichten, vaardigheden en attitudes (meestal kortweg competenties genoemd) voor het leraarschap verwerven.
In de praktijk betekent dit zogeheten 'competentiegericht opleiden' van leraren dat er meer tijd besteed wordt aan stages, stagebegeleiding en het leren naar aanleiding van ervaringen in de stage. Deze ontwikkeling is vooral zichtbaar bij de tweede- en eerstegraadslerarenopleidingen in het hoger beroepsonderwijs. De universitaire lerarenopleidingen hebben een aparte positie, omdat studenten van deze opleidingen al een universitaire studie in het vak achter de rug hebben en de opleiding tot docent één jaar in beslag neemt, terwijl die in het hoger beroepsonderwijs over ongeveer vier jaar uitgespreid wordt en gecombineerd wordt met de vakstudie. Op de lerarenopleidingen van het hbo kunnen studenten versneld door de opleiding gaan als bij assessments blijkt, dat de vorderingen daartoe aanleiding geven. Dit betekent dat de studieprogramma's van studenten onderling verschillen.
Bij individuele lesprogramma's en het leren van taken die op de stageschool uitgevoerd worden, ontstaat er behoefte aan bronnen waarin studenten snel achtergrondinformatie bij de uit te voeren taken kunnen vinden. De kennisbank beoogt in deze behoeften te voorzien.
De taken die studenten uitvoeren op school, variëren nogal. Op hetzelfde moment zal bijvoorbeeld de ene student bezig zijn met de behandeling van het oplossen van lineaire vergelijkingen in een tweede klas van

de gemengde en theoretische leerweg, een andere student vraagt zich af hoe enkele leerlingen in klas 3 van kaderberoepsgerichte leerweg alsnog kunnen leren zich te redden met rekenen met procenten en weer een andere student draait mee in het vormgeven van het Nieuwe Leren op een school en is op zoek naar mogelijkheden om leerlingen in de basisberoepsgerichte leerweg in het kader van een project over gezonde voeding ook met rekenen of wiskunde bezig te laten zijn. Om tegemoet te kunnen komen aan zulke verschillende wensen voor achtergrondinformatie wordt in de kennisbank een groot aantal didactische en onderwijskundige thema's beknopt behandeld en toegespitst op het wiskundeonderwijs. Bij deze thema's zijn doorverwijzingen te vinden naar bronnen die te gebruiken zijn bij een diepgaander bestudering van dat thema. Voordat we daar voorbeelden van laten zien, geven we eerst een overzicht van de structuur van de kennisbank.

De structuur van de kennisbank

Thema's **-** Er zijn drie soorten thema's:
- didactisch, dicht bij het leerboek;
- algemeen didactisch;
- vakinhoudelijk opfrissen en verdiepen voor studenten.

Verderop geven we voorbeelden van deze thema's.

Zoekstructuur **-** De zoekstructuur van de kennisbank biedt verschillende mogelijkheden om informatie op te diepen:
- Via de inhoudsopgave van de op school gebruikte methode kan worden gezocht naar relevante onderwerpen in de kennisbank.
- Er kan een keuze gemaakt worden uit de lijsten van de drie verschillende soorten thema's.
- Er kunnen trefwoorden gekozen worden in een begrippenlijst. De gebruiker kan zelf een trefwoord invoeren.

Eigen bijdrage **-** De gebruiker heeft de mogelijkheid om een eigen bijdrage te plaatsen in de kennisbank.

Handleidingen **-** Voor nieuwe gebruikers is er een 'guided tour', bedoeld om *een eerste indruk te geven van de inhoud van de Kennisbank Wiskunde en de betekenis die deze kennisbank voor de gebruiker kan hebben. In deze guided tour wordt duidelijk hoe je op de goede plek terecht kunt komen, wat je daar aantreft en hoe de gevonden informatie toegepast kan worden in de eigen situatie.* Ook is er een korte gebruiksaanwijzing en een speciale handleiding voor lerarenopleiders.

We geven hieronder voorbeelden van de verschillende soorten thema's en beschrijven ook mogelijkheden om de kennisbank te gebruiken.

Didactische thema's dicht bij het leerboek

Deze thema's zijn bedoeld als ondersteuning voor het voorbereiden en uitvoeren van lessen die gegeven worden aan de hand van een hoofdstuk uit een leerboek. De eerder genoemde student die in een tweede klas het oplossen van lineaire vergelijkingen moet behandelen, kan in de kennisbank het thema met deze naam opzoeken. Daar vind je dan bijvoorbeeld (***zie figuur 1***):
- Een overzicht van de doelen bij dit onderwerp en de manier waarop de verschillende methodes dit onderwerp behandelen. Zo wordt opgemerkt dat *Getal en Ruimte* hier geen aandacht besteedt aan het terugrekenen, maar vergeleken met *Moderne wiskunde* en *Netwerk* wel verder gaat met het aflezen van oplossingen uit tabellen en de inklemmethode.
- De vereiste voorkennis (aflezen uit een grafiek of een tabel) en voorbeelden van opgaven waarmee de aanwezigheid van die kennis getoetst kan worden.
- Voorbeelden van instapproblemen bij dit onderwerp (zoals getallenraadsels, onweer, groeigrafieken).
- Voorbeelden van misconcepties bij leerlingen, zoals het onvoldoende onderkennen van het verschil tussen een formule en een vergelijking.
- Voorbeelden van ICT-gebruik bij dit onderwerp op de website van het Cals College, bij Wiskunde-online, en in de vorm van applets bij het Freudenthal Instituut.
- Voorbeelden van groepsopdrachten bij dit onderwerp om het hoofdstuk af te sluiten, zoals 'Mobiel bellen' en 'Organiseren van een klasseavond'.

Deze zaken zijn direct te gebruiken bij de voorbereiding en uitvoering van de lessen. Op de pagina waar deze voorbeelden weergegeven worden, krijgt de student ook verwijzingen in beeld naar:
- wat er aan dit onderwerp voorafgaat;
- bijpassende algemeen didactische thema's, zoals het thema 'Algebra in de schoolwiskunde' waar te vinden is welke plaats het oplossen van lineaire vergelijkingen heeft in de gehele algebralijn voor het vmbo en welke exameneisen gelden bij dit onderwerp, of het thema 'Werkvormen' waar allerlei werkvormen van onderwijsleergesprek tot groepswerk beknopt beschreven worden, met voorbeelden en verwijzingen naar uitvoeriger bronnen;
- een bijpassend vakinhoudelijk thema 'De rechte lijn' waarmee de student de eigen wiskundige kennis van het onderwerp lineaire verbanden kan opfrissen, dus niet bedoeld voor gebruik in de klas.

Alle thema's hebben hetzelfde stramien. De student die een groepje leerlingen in klas 3 die een achterstand hebben met procenten, moet helpen, kan bij dat onderwerp in de kennisbank zien op welke manier procenten in de leerboeken in klas 2 vmbo behandeld wordt en vindt in de kennisbank ook geschikte ICT waarmee de leerlingen zelfstandig kunnen oefenen (zoals Prozand, en applets van het FI). Bij het onderwerp 'Procenten' vindt de student ook allerlei verwijzingen, bijvoorbeeld naar 'Rekenen in de schoolwiskunde' waar onder andere te zien is welke eisen er op het eindexamen aan het rekenen met procenten gesteld worden en naar 'De rekenmachine' waar uiteengezet wordt hoe op een didactisch verantwoorde manier de rekenmachine ingezet kan worden bij dit onderwerp (***zie figuur 2***).

Algemene didactische thema's

Als voorbeelden van algemene didactische thema's werden al genoemd 'Werkvormen' en 'Algebra in de schoolwiskunde', 'Rekenen in de schoolwiskunde' en 'De rekenmachine'. Meer voorbeelden:
- Inleiding in de didactiek van de wiskunde: Een beknopte uiteenzetting van enkele belangrijke begrippen en stromingen in de wiskundedidactiek, verwijzing naar bronnen voor verdere studie.
- Het voorbereiden van een lessenreeks: Een handleiding bij het voorbereiden van een lessenreeks bij een hoofdstuk uit een leerboek.

- Meetkunde in de schoolwiskunde.
- Vergelijking van de exameneisen voor de verschillende leerwegen van het vmbo.
- Wiskunde, onderzoeken en toepassen: Hier wordt behandeld hoe je bij wiskunde kunt werken aan vaardigheden als analyseren van informatie, probleemoplossen, modelleren, communiceren en hoe je die kunt toepassen bij praktische opdrachten en vakoverstijgende thema’s.
- Vernieuwing van de onderbouw in het vmbo: Hierin worden bedoelingen van het project Onderbouw-VO (zie *www.onderbouw-vo.nl*) toegelicht en er wordt nagegaan wat de gevolgen zijn voor het wiskundeonderwijs en de wiskundedocent. Ook wordt aandacht besteed aan de vraag hoe er vanuit de wiskunde een bijdrage geleverd kan worden aan deze vernieuwing.
- Dyscalculie.

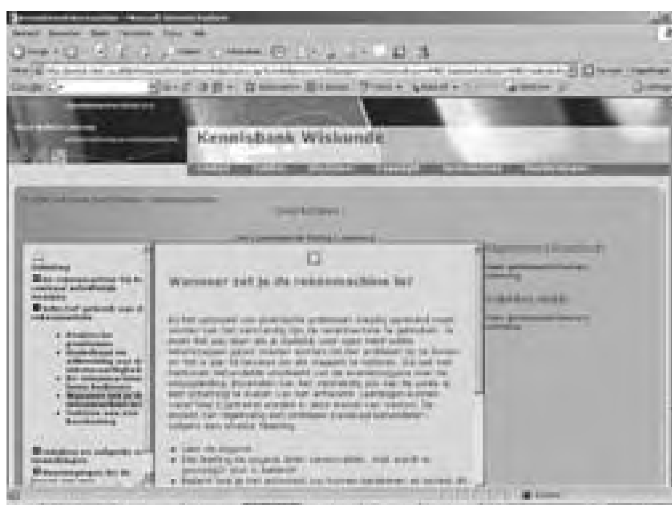
De eerder genoemde student die vanuit de wiskunde een bijdrage moet leveren aan een vmbo-project ‘Gezonde voeding’, kan bij het thema ‘Wiskunde, onderzoeken en toepassen’ een voorbeeld vinden van een praktische opdracht wiskunde over dit onderwerp (***zie figuur 3***). Ook is bij dit thema beschreven hoe je leerlingprojecten kunt begeleiden en beoordelen. Bij het thema ‘Vernieuwing van de onderbouw in het vmbo’ kan deze student informatie vinden over bedoelingen en achtergronden van deze vernieuwing.
Veel van de onderwerpen die bij de algemene didactische thema’s aan de orde komen, zullen ook behandeld worden bij cursussen vakdidactiek en onderwijskunde aan de opleiding. De kennisbank kan gebruikt worden om deze onderwerpen weer op te frissen op momenten dat dat nodig is voor het uitvoeren van taken op de stageschool.

Vakinhoudelijke thema’s, opfrissen en verdiepen voor studenten

Zoals al opgemerkt kunnen deze thema’s door studenten gebruikt worden om de eigen wiskundige kennis op te halen. Omdat er in de eerste plaats behoefte was aan didactische thema’s, is dit onderdeel nog in ontwikkeling. Op dit moment zijn de volgende onderwerpen te vinden: Rekenen met breuken, Rekenen met negatieve getallen, De rechte lijn, Kwadraten en hogere machten. Deze onderwerpen zijn nog wel erg elementair. Ze zijn als voorbeeld opgenomen omdat er materiaal voor



figuur 1 Lineaire vergelijkingen (Bron: Kennisbank)



figuur 2 De rekenmachine (Bron: Kennisbank)



figuur 3 Praktische opdrachten (Bron: Kennisbank)

beschikbaar was. Het is de bedoeling op den duur te komen tot thema's die wiskundige achtergronden bij belangrijke onderwerpen uit de schoolwiskunde behandelen.

Veranderingen in het onderwijs

Competentiegericht onderwijs is een onderwerp dat in veel publiciteitsmedia regelmatig bediscussieerd wordt. De lerarenopleidingen zijn bezig met een eigen uitwerking van dit onderwijsconcept. Op dit moment concentreert zich de competentiegerichte aanpak in de meeste opleidingen vooral op de stages. In de praktijk blijkt de kennisbank hier goed te werken. De studenten maken er tijdens hun stage veelvuldig gebruik van. De lerarenopleiders gebruiken de kennisbank bij de nabespreking van de lessen van de studenten, bijvoorbeeld om alternatieven aan te dragen en als opstap naar een dieper gaande bespreking van de theorie.
Voor het voortgezet onderwijs wordt ernaar gestreefd om zowel een traditionele als een vernieuwende aanpak goed uit de verf te laten komen. Aan de ene kant worden veel mogelijkheden geboden om de behandeling van een hoofdstuk uit een leerboek goed voor te bereiden. Denk aan instapproblemen, variatie in werkvormen, misconcepties, didactiek, en de plaats van een onderwerp in een lange leerlijn. Aan de andere kant zijn er veel suggesties te vinden voor een projectmatige aanpak, zowel binnen de wiskunde als vakoverstijgend.

Ervaren docenten

Inmiddels is gebleken dat bij veel ervaren docenten de kennisbank ook gewaardeerd wordt als informatiebron. Dat geldt dan vooral voor de voorbeelden van praktische opdrachten en de suggesties voor een meer projectmatige aanpak, maar ook voor de per onderwerp genoemde suggesties voor instapproblemen, werkvormen en ict-gebruik. Ook voor deze docenten, zeker als ze als stagebegeleider optreden, vervult de kennisbank de functie van bron met suggesties en met alternatieven in de voor- en nabespreking van lessen van hun lio's.

Verdere ontwikkeling

De inhoudelijk didactische thema's zijn nu gevuld voor de eerste twee leerjaren voor alle leerwegen van het vmbo. Er wordt gezocht naar mogelijkheden om dit uit te breiden tot havo en vwo en de hogere leerjaren van het voortgezet onderwijs.

De ontwikkelaars van de Kennisbank Wiskunde hebben vanaf het begin gezocht naar mogelijkheden tot samenwerking met lerarenopleidingen. Er wordt nu via de SLW (Samenwerkingsgroep Lerarenopleidingen Wiskunde) samengewerkt met de lerarenopleidingen in Amsterdam, Nijmegen, Rotterdam, Sittard, Tilburg en Utrecht. Die samenwerking houdt in dat de kennisbank wordt gebruikt op de opleidingen en dat reacties van studenten en opleiders leiden tot bijstelling van de kennisbank. Verder wordt er met de SLW samengewerkt bij het ontwikkelen van nieuwe thema's.
De volgende stap is om ervaren docenten meer te betrekken bij de ontwikkeling van de kennisbank. Die kunnen feedback geven op de behandelde onderwerpen. Om dit gemakkelijk te maken is er aan het eind van elk onderwerp een knop opgenomen waarmee direct commentaar op dat onderwerp verzonden kan worden. Verder is er voor deze docenten sinds kort ook de mogelijkheid voor onderlinge uitwisseling door gebruik te maken van de al eerder genoemde optie om eigen bijdragen te plaatsen in de kennisbank. Het is de bedoeling dat de kennisbank naast de al genoemde functies ook gebruikt gaat worden voor de uitwisseling van materiaal en ideeën. Er blijft een redactie actief om wensen vanuit het onderwijsveld te inventariseren, auteurs te zoeken en artikelen zodanig te bewerken dat ze opgenomen kunnen worden in één van de thema's van de kennisbank.
De groep van auteurs die bijdragen leveren aan de Kennisbank Wiskunde groeit. Het ontwikkelteam van de kennisbank legt contacten met auteurs, zorgt dat aan de nodige randvoorwaarden voor verdere ontwikkeling voldaan wordt en levert zelf ook bijdragen aan de kennisbank. Het Ruud de Moor Centrum heeft de opdracht de kennisbank gratis aan te bieden aan het veld. Ook omdat het de bedoeling is dat gebruikers een steeds grotere rol gaan spelen in het uitwerken van thema's is het uitdrukkelijk de bedoeling dat de kennisbank vrij toegankelijk blijft.

Het ontwikkelteam bestaat uit: Petra Leeuwestein-Verbeek, Gé Nielissen (projectleider), Henk Staal, Bert Zwaneveld (programma-hoogleraar).
Reacties op dit artikel per e-mail zijn welkom. Stuur ze naar *Ge.Nielissen@ou.nl* of *h.j.p.staal@planet.nl*

Noot

[1] Het Ruud de Moor Centrum ontwikkelt en verspreidt producten en diensten om scholen en lerarenopleidingen te ondersteunen bij het opleiden en begeleiden van nieuwe leraren. Het Ruud de Moor Centrum is onderdeel van de Open Universiteit Nederland. In opdracht van het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap levert de Open Universiteit Nederland een bijdrage aan de professionalisering van onderwijsgevenden. De Open Universiteit Nederland heeft een jarenlange expertise opgebouwd op het gebied van tijd- en plaatsonafhankelijk onderwijs.

Bronnen

- De Kennisbank Wiskunde (*www.kennisbankwiskunde.nl*) is voor iedereen toegankelijk.
- Informatie over bekwaamheidseisen, portfolio en de wet BIO is te vinden op *www.lerarenweb.nl.*
- Zie voor het Ruud de Moor Centrum *www.ou.nl/eCache/DEF/4/991.html.*
- In samenwerking met het Ruud de Moor Centrum werd op de EHVA een experiment gedaan met de Kennisbank Wiskunde. Zie het working paper *De kennisbank wiskunde en competentiegericht opleiden van leraren*; te downloaden op: *www.ou.nl/eCache/DEF/17/912.html.*

Over de auteur

Henk Staal is behalve medewerker aan het project kennisbank docent wiskunde en vakdidactiek aan de Educatieve Hogeschool van Amsterdam.

De Wiskunde Olympiade is er voor oud én jong

[Quintijn Puite]

De eerste ronde van de Wiskunde Olympiade staat weer voor de deur. Op vrijdag 25 januari 2008 vindt deze plaats op alle aangemelde scholen in heel Nederland. Aanmelden is eenvoudig, meedoen is leuk en een middagje je hersens laten kraken is bovendien spannend voor zowel jong als oud. Maar liefst 120 leerlingen komen jaarlijks voor een prijs in aanmerking. Met ingang van komend jaar zal bovendien een ruimer uitnodigingsbeleid worden gehanteerd voor de tweede ronde, speciaal voor de leerlingen die nog niet in 5-vwo zitten.

Vooraf

Afgelopen jaar lag het aantal deelnemers aan de eerste ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade een stuk hoger dan het jaar ervoor: 2742 in 2007 tegenover 2192 in 2006. Ook het aantal deelnemende scholen was gestegen, van 171 tot 185. De oproep om 'uw leerlingen een kans te geven' (in *Euclides* 82-3, december 2006) lijkt daarmee zijn vruchten te hebben afgeworpen. We willen op deze plek iedereen bedanken die betrokken is geweest bij het organiseren van de eerste ronde bij hem of haar op school.

Doet uw school al mee?

Met zo'n 600 havo/vwo-scholen in het land blijkt dus dat inmiddels ongeveer 1/3 van deze scholen aan de eerste ronde meedoet. Dat is mooi, maar dat kan nog veel beter! Veel meer leerlingen met een (verborgen) talent of passie voor wiskunde zouden deze middag lol kunnen beleven aan de eerste ronde. Tenminste, als die mogelijkheid hun geboden wordt. Doet uw school al mee? De beste reden om mee te doen is omdat u uw leerlingen die ervaring natuurlijk van harte gunt. Daarnaast is de Olympiade voor uw school en sectie een prima activiteit om zich naar buiten toe mee te profileren.
Het organiseren van de wedstrijd op school is eenvoudig. Het komt allereerst neer op het reserveren van een lokaal en het maken van reclame in alle wiskundelessen. Van ons krijgt u reclamemateriaal, de opgaven, het nakijkmodel en de uitgebreide uitwerkingen (om na afloop uit te delen). Na de twee uur durende wedstrijd vragen we u van elke deelnemer de 12 eindantwoorden (acht maal multiple choice, vier maal exacte getallen als uitkomst) aan de hand van het nakijkmodel na te kijken en ons de resultaten hiervan door te geven. Een voorbeeld van twee multiple choice opgaven en een pittige open opgave vindt u ***in kader 4*** (het nakijkmodel en de uitwerkingen staan op pag. 86). Voor alle duidelijkheid: u hoeft de uitwerkingen van de leerlingen niet na te kijken; het gaat slechts om het eindantwoord.

Ook voor derdeklassers

De verdeling van deelnemers aan de eerste ronde van de Wiskunde Olympiade over de klassen is de afgelopen jaren grofweg als volgt: de helft zit in 5-vwo, een kwart in 4-vwo en de rest in de onderbouw of in 5-havo of 4-havo. (Leerlingen uit 6-vwo kunnen niet meer meedoen aan de eerste ronde omdat de volgende ronde pas in het volgend schooljaar plaatsvindt; 5-havo-leerlingen kunnen nog wel meedoen, mits ze het volgend jaar 5-vwo gaan doen.)
Maar is de Wiskunde Olympiade nou echt alleen iets voor 5-vwo'ers? Het antwoord luidt: nee, zeker niet. De opgaven vereisen namelijk helemaal geen 'hogere' wiskunde, maar vooral creativiteit, inzicht en logisch nadenken. Zelfs een binomiaalcoëfficiënt –die de meeste leerlingen toch in de vierde klas inmiddels wel zullen zijn tegengekomen– zal nooit op de eerste ronde voorkomen, laat staan ingewikkelder zaken als een afgeleide, gonioformules of de koordenvierhoekstelling.

1. In anderhalf jaar de eerste ronde, tweede ronde, training en IMO

Het verloop van de Wiskunde Olympiade is in Nederland als volgt georganiseerd. In januari is de eerste ronde op alle aangemelde scholen. Aan de hand van de resultaten hiervan, komen er ruim 120 leerlingen uit heel Nederland in aanmerking voor de prijs en voor deelname aan de tweede ronde die in september (dus in het volgend schooljaar) aan de Technische Universiteit Eindhoven (TU/e) wordt gehouden. De prijs ontvangen deze leerlingen tijdens de tweede ronde als beloning voor de behaalde prestaties tot nog toe.
Na de tweede ronde zijn de officiële prijswinnaars van de Nederlandse Wiskunde Olympiade bekend. Met hen en nog 10 andere getalenteerde jongere deelnemers wordt vervolgens van november tot juni een intensieve training doorlopen, bestaande uit trainingsdagen, weekenden en wekelijkse inleveropdrachten per e-mail. Tijdens de afsluitende trainingsweek in juni (direct aansluitend op het Centraal Examen) wordt uit deze 20 leerlingen tenslotte het team van 6 leerlingen geselecteerd voor de IMO: de Internationale Wiskunde Olympiade. De leerlingen die op 25 januari 2008 aan de eerste ronde meedoen, maken daarmee kans op deelname aan de IMO die in juli 2009 in Bremen (Duitsland) zal plaatsvinden. Afgelopen zomer was de IMO in Hanoi (Vietnam), ***zie kader 2***, en in juli 2008 zal de IMO in Madrid (Spanje) plaatsvinden. Verder is Nederland uitgekozen als gastland voor de IMO in 2011; ***zie kader 3***.

2. Bronzen medaille voor Nederland bij IMO in Vietnam
Wouter Zomervrucht (6-vwo, Stedelijk Dalton Lyceum, Dordrecht) heeft een bronzen medaille gewonnen op de 48e IMO, die van 23 t/m 31 juli gehouden is in de Vietnamese hoofdstad Hanoi. Het Nederlandse team bestond verder uit Wouter Berkelmans (4-vwo, Barlaeus Gymnasium, Amsterdam, eervolle vermelding), Milan Lopuhaä (5-vwo, Gymnasium Felisenum, Velsen-Zuid, eervolle vermelding), Tim Reijnders (6-vwo, Stedelijk Gymnasium, Nijmegen, eervolle vermelding), Raymond van Bommel (4-vwo, College Hageveld, Heemstede) en Kyndylan Nienhuis (6-vwo, St. Ignatiusgymnasium, Amsterdam). Nederland is met 65 punten 56e geworden in het landenklassement. Winnaar is Rusland, gevolgd door China en Vietnam. In totaal hebben 93 landen en 520 leerlingen deelgenomen. Van deze leerlingen ontvingen er 39 een gouden, 83 een zilveren en 131 een bronzen medaille. De 149 eervolle vermeldingen waren voor de leerlingen die geen medaille hadden, maar van de 6 opgaven er wel minstens één volledig hadden opgelost.

Het belang van jongere deelnemers aan de Wiskunde Olympiade is dat zij meerdere jaren aan de trainingen voor de internationale ronde (IMO) mee kunnen doen. Om deze reden selecteren wij al sinds jaar en dag voor de trainingsgroep naast de top 10 van de tweede ronde ook de ca. 10 beste niet-5-vwo'ers. Dat deze geselecteerde jongere leerlingen vervolgens zelfs nog goede kans maken op deelname aan het team, moge blijken uit de samenstelling van het team voor de IMO in Vietnam afgelopen zomer: ten tijde van hun eerste ronde zaten de zes teamleden in 5-vwo (3×), 4-vwo (1×) en 3-vwo (2×). Kortom, het team bestond voor maar liefst de helft uit jongere leerlingen!

Nieuw: cesuur hangt af van leerjaar en schooltype

Volgens ons is de Olympiade dus net zo leuk en geschikt voor jongere leerlingen als voor 5-vwo'ers. Maar dat wil natuurlijk nog niet zeggen dat de jongere deelnemers ook vergelijkbare scores zullen behalen. Om deze reden hebben we besloten de cesuur voor het in aanmerking komen van de prijs en het doorgaan naar de tweede ronde met ingang van de komende editie afhankelijk van het leerjaar en het schooltype te maken. Afgelopen jaar lag de cesuur voor alle leerlingen op 20 punten (van de 36). Komend jaar zou het best kunnen dat de cesuur voor 5-vwo-leerlingen bij de 20 punten ligt, terwijl deze voor derdeklassers bij de 15 punten ligt. We streven hiermee een verdeling na die verhoudingsgewijs beter overeenstemt met de aantallen deelnemers uit de verschillende leerjaren, en die goede jongere deelnemers de kans biedt zich in de tweede ronde verder te bewijzen. Zoals gebruikelijk worden de resultaten van de komende eerste ronde (waaronder nu ook per leerjaar/schooltype de cesuur) in maart/april bekendgemaakt.

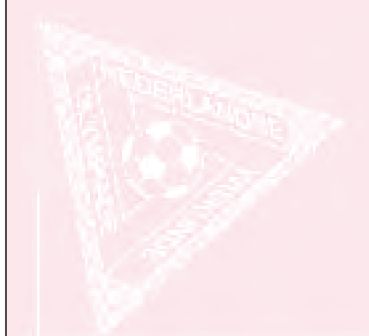
Geeft u les in de 2e of de 3e, aarzel dan niet en doe net zo goed mee als de collega's van de bovenbouw. In oktober heeft uw school als het goed is informatiemateriaal via de SLO ontvangen; zo niet dan kunt u via Melanie Steentjes (*melanie.steentjes@cito.nl*) dit materiaal alsnog ontvangen. Is uw school eenmaal aangemeld, dan krijgt u in januari 2008 vanzelf de wedstrijd- en verdere papieren toegestuurd. Zie verder *www.wiskundeolympiade.nl* voor oude opgaven, de tijdlijn eerste ronde en nadere informatie.

3. Nederland gastland voor IMO 2011
Tijdens de IMO afgelopen zomer in Hanoi (Vietnam) heeft de Nederlandse delegatie ons land voorgedragen als gastland voor de IMO 2011. De Advisory Board van de Olympiade heeft hierop unaniem positief gereageerd en vervolgens heeft de internationale jury, bestaande uit de teamleiders uit alle 93 deelnemende landen, de kandidatuur van Nederland met grote meerderheid geaccepteerd. Daarmee is Nederland definitief gastland voor de 52e IMO in de zomer van 2011.
Tijdens de IMO zal Nederland acht dagen lang zo'n 600 leerlingen van over de hele wereld ontvangen. Zij werken gedurende twee dagen aan een zestal uitdagende wiskundige opgaven, en doorlopen daarnaast een sociaal-cultureel programma. De opgaven worden geselecteerd en nagekeken door de internationale jury, na een enkele weken durende voorselectie door een wetenschappelijk comité.
De organisatie van dit grote evenement biedt een uitgelezen mogelijkheid om in Nederland propaganda te maken voor de wiskunde en de beoefening daarvan.

4. Selectie uit de eerste ronde van januari 2007
A1.
Het getal M bestaat uit 2007 enen achter elkaar geschreven: $M = 111\cdots111$.
Wat is de som van de cijfers van het getal dat je krijgt als je M vermenigvuldigt met 2007?
(A) 2007 (B) 18036 (C) 18063 (D) 18084 (E) 4028049

A7.
Heeft de vergelijking $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2007}$ een geheel getal als oplossing?
(A) ja, n = 667 (B) ja, n = 669 (C) ja, n = 1003 (D) ja, n = 2006 (E) nee

B4.



Een vlag in de vorm van een gelijkzijdige driehoek is aan twee hoekpunten opgehangen aan de toppen van twee verticale palen. De ene paal heeft een lengte 4 en de andere paal een lengte 3. Verder is gegeven dat het derde hoekpunt van de vlag precies de grond raakt.
Bepaal de lengte van de zijde van de vlag.
(***Zie pag. 86*** voor het nakijkmodel en de uitwerkingen.)

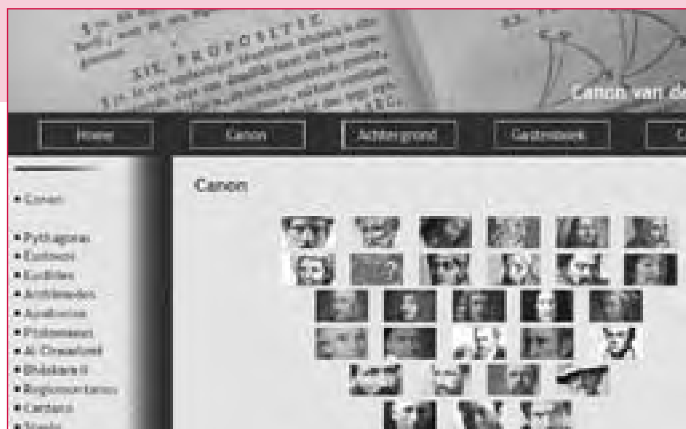
We hopen hiermee de Olympiade nog aantrekkelijker te maken voor de jongere deelnemers, en uiteindelijk een evenwichtiger spreiding van de deelnemers over de klassen te krijgen. Uw hulp is daarbij voor ons onmisbaar. Praat er eens over met uw collega's, en schrijf de 25e januari 2008 vast in uw agenda. En zet 'm op de schoolactiviteitenkalender en in de schoolkrant!

Over de auteur
Quintijn Puite is sinds november 2005 teamleider bij de Internationale Wiskunde Olympiade als opvolger van Jan Donkers. Hij is daartoe voor anderhalve dag per week verbonden aan de Faculteit Wiskunde en Informatica van de TU/e. Daarnaast is hij docent bij de vakgroep wiskunde van Instituut Archimedes, de lerarenopleiding van Hogeschool Utrecht. Tot eervorig jaar gaf hij wiskunde op Laar & Berg te Laren (NH), onderdeel van Katholiek Lyceum in het Gooi. E-mailadres: *g.w.q.puite@tue.nl*

Canon van de Wiskunde

OVER DE 31 BELANGRIJKSTE WISKUNDIGEN UIT DE GESCHIEDENIS

[Johannes Lok en Wiggert Loonstra]



figuur 1 *www.wiskundecanon.nl*

Veelzijdig

Nederland is weer een canon rijker en wel de Canon van de Wiskunde, te vinden op *www.wiskundecanon.nl* (***zie figuur 1***). Wat komen we daarin zoal tegen?
Laten we eerst eens kijken naar het woord ‘wiskunde’ als zodanig. Heeft u er wel eens bij stil gestaan dat het Nederlands een eigen woord voor wiskunde heeft?
Het cijfer 0 heeft een lange weg afgelegd voordat het zo gebruikt wordt zoals wij dat tegenwoordig doen. In de canon zien we dat zowel Ptolemaeus, Al-Chwarizmi als Bhâskara II hier een bijdrage aan geleverd hebben. Ons woord voor cijfer is trouwens afgeleid van het Arabische woord ‘sifr’, dat ‘lege plaats’ betekent!
Was Pythagoras wel de man achter dé stelling? Zou Euclides hebben kunnen voorzien wat zijn vijfde postulaat teweeg heeft gebracht aan ontwikkelingen in de meetkunde? Euler schreef een immense hoeveelheid publicaties, maar zijn artikelen over getaltheorie (slechts zes procent van zijn totale werk) zouden al genoeg geweest zijn voor een blijvende reputatie. Waarom is de wiskundige Galois al op zijn twintigste gestorven? Bernhard Riemann creëert iets onvoorstelbaars door te werken in een *n*-dimensionale ruimte. David Hilbert formuleert in 1900 23 trendsettende wiskundige problemen voor de nieuwe eeuw. En Gödel ontketent met zijn onvolledigheidsstelling een crisis binnen de wiskunde. Zo maar een greep uit de ingrediënten die de loop van de wiskunde bepaald hebben. In de Canon van de Wiskunde worden deze en andere ontwikkelingen behandeld aan de hand van het leven van 31 belangrijke wiskundigen en hun bijdrage voor de wetenschap.

Aanleiding

Tijdens onze studie kozen we allebei voor het vak *Geschiedenis van de Wiskunde*, gegeven door prof.dr. J.P. Hogendijk. Dit vak geeft een overzicht van de ontwikkeling van de wiskunde en leert studenten bovendien kritisch om te gaan met historische bronnen. Voor dit vak hebben we een canon gemaakt.

Selectie

Van een aantal personen is het evident dat ze een plek in de canon verdienen. In een lijst van 31 wiskundigen ontkomen we er echter niet aan keuzes te maken. We hebben geprobeerd evenwicht aan te brengen in tijd, plaats en wiskundig deelgebied. Waar mogelijk is ook de onderlinge relatie tussen wiskundigen aangegeven. De canon besteedt achtereenvolgens aandacht aan wiskundigen uit Griekenland en Egypte, de Arabische wereld en tenslotte Europa. Voor de laatste plek in de canon is een aantal voorstellen voor nog levende wiskundigen gedaan. De tijd zal moeten leren of wat zij bedachten van blijvende waarde is.

Relevantie

De wiskunde heeft door de eeuwen heen een interessante weg afgelegd. Het is goed dat wiskundigen van nu, en docenten in het bijzonder, hiervan een helder beeld hebben. Zo wordt de wiskunde die in de les behandeld wordt, in een bredere context geplaatst.
Onze canon is niet geschreven als deel van of aanvulling op het wiskundeonderwijs, zoals dat met de Canon van Nederland voor het vak geschiedenis wel het geval is. Wel staan er verschillende anekdotes en andere wetenswaardigheden in de canon die een leuke, positieve bijdrage aan een les kunnen geven. Het historische perspectief geeft de wiskunde een wat ‘menselijker’ gezicht.
Ook is de canon geschikt als informatiebron voor bijvoorbeeld een (profiel)werkstuk. Een leerling kan zich met de wiskundecanon oriënteren op wat er zich de afgelopen eeuwen heeft afgespeeld in de wiskundewereld. Van daaruit kan hij zich verder verdiepen in een bepaald onderwerp.

De Canon van de Wiskunde is online te lezen via *www.wiskundecanon.nl*. Moge dit project bijdragen aan de belangstelling voor de wiskunde en haar geschiedenis.

Over de auteurs

Johannes Lok en Wiggert Loonstra studeren allebei aan de Universiteit Utrecht. Johannes is bezig met de bachelors Wiskunde en Toepassingen en Sociale Geografie. Wiggert heeft zijn bachelor Wiskunde en Toepassingen afgesloten en is dit jaar begonnen met de master Science Teacher Education (lerarenopleiding).
Hun beider e-mailadres:
canon@wiggertloonstra.nl

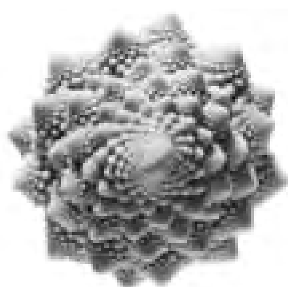


figuur 2 Wiggert Loonstra en Johannes Lok

Boekbespreking / In de ban van wiskunde

[Peter Lanser]

Als je op feestjes of bijeenkomsten kenbaar maakt dat je van wiskunde je professie hebt gemaakt, zijn er grofweg twee reacties mogelijk. Een kleine minderheid geeft aan van het vak in het voortgezet onderwijs te hebben genoten, een grote meerderheid laat weten nooit iets met het vak te hebben gekund. Niet zelden gaat dat laatste met enige trots gepaard.



figuur 1 Wiskunde in natuur en kunsten: Romanesco (pag. 315)

Voorbeeld

Stel n = 3 en i = 2 met V = {a,b,c} en W = {a,b,c,d} dan is $F_n^{i-1} = F_3^1 = 1$ het aantal partities van de verzameling V in één klasse, d.i. {{a,b,c}}, en $F_n^i = F_3^2 = 3$ het aantal partities van V in twee klassen, m.n. {{a},{b,c}}, {{b},{a,c}} en {{c},{a,b}}.

Uitgaande van deze partities construeren we nu partities van W in i (=2) klassen:

eerste type: {{a,b,c},{d}} aantal: evenveel als $F_n^{i-1} = F_3^1 = 1$

tweede type: {{a,d},{b,c}}, {{a},{b,c,d}}
{{b,d},{a,c}}, {{b},{a,c,d}}
{{c,d},{a,b}}, {{c},{a,b,d}} aantal: $i \cdot F_n^i = 2 \cdot F_3^2 = 2 \cdot 3 = 6$

Het aantal partities van W in i (=2) klassen is dus:

$$F_4^2 = F_{n+1}^i = F_n^{i-1} + i \cdot F_n^i = F_3^1 + 2 \cdot F_3^2 = 1 + 2 \cdot 3 = 7$$

Met behulp van de recursieformule (*) en wetende dat voor elke n

$$F_n^1 = 1 \quad \text{en} \quad F_n^n = 1$$

stellen we nu een driehoek op waarin de verschillende F_n^i uit de bovenstaande term en de linkerbuur daarvan kunnen berekend worden. Precies zoals in een paardensprong.

Voorbeeld

$$F_7^4 = F_6^3 + 4 \cdot F_6^4 = 90 + 4 \cdot 65 = 350$$

i / n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1									
2	1	1								
3	1	3	1							
4	1	7	6	1						
5	1	15	25	10	1					
6	1	31	90	65	15	1				
7	1	63	301	350	140	21	1			
8	1	127	966	1701	1050	266	28	1		
9	1	255	3025	7770	6951	2646	462	36	1	
10	1	511	9330	34105	42525	22827	5880	750	45	1

figuur 2
Hoe zit wiskunde in elkaar? (pag. 40)

De vraag die je als wiskunde-vakman (m/v) zou kunnen stellen, en die je jezelf wellicht regelmatig stelt, is hoe je die meerderheid kunt laten inzien hoe mooi wiskunde kan zijn, of misschien belangrijker, welke vele toepassingen het in ons dagelijks leven kent.
Rik Verhulst heeft die vraag voor zichzelf beantwoord met het boek *In de ban van wiskunde – het cultuurverschijnsel mathematica in beschaving, kunst, natuur en leven*. Met als doel, vermeldt de achterflap, om een breed panorama van de wiskunde in het bereik van een ruim publiek van zowel wiskundeleken als wiskundeliefhebbers te brengen. Bovendien moet de concrete inhoud voor de gewone ‘toerist’ met weinig meer dan wat elementaire begrippen uit de middelbare school toegankelijk zijn.
Het boek is opgedeeld in vier delen. Deel één laat zien ‘hoe wiskunde in elkaar zit en groeit’, en behandelt voor het merendeel de verzamelingenleer en de structuren van de logica. Hoofdstuk twee, ‘hoe wiskunde werkt’, bespreekt onder andere de stelling van Cantor, grafentheorie, integraalrekenen en fractals. Het derde hoofdstuk ‘Wiskunde en beschaving’ beschrijft ‘de samenhang tussen beschavingsgolven en de kenmerkende ontwikkelingen binnen de wiskunde’, ofwel gaat over de boeiende geschiedenis van de wiskunde. Het laatste gedeelte ‘Wiskunde in natuur en kunsten’ schetst hoe verschijningsvormen in de natuur én in de kunst perfect met wiskunde beschreven kunnen worden. Net als de andere hoofdstukken is dit deel doorspekt met kadertjes over voor de wiskunde belangrijke personen en met vele, vele illustraties. Met voor mij als meest fascinerende het plaatje van de *romanesco* (***zie figuur 1***), ‘in zijn verschijning zowel bloem als kool als broccoli. In zijn spiralen verschijnen de getallen van de rij van Fibonacci hand in hand met de gulden verhouding. (…) De schoonheid van de natuur is onmiskenbaar getekend met wiskundige vingers.’ Waarschijnlijk is het ook die schoonheid die me ervan weerhoudt de romanesco te kopen: met het bereiden verdwijnt immers die pracht.
De vraag is of Verhulst in zijn opzet geslaagd is. Is zijn boek inderdaad zowel voor de liefhebber als de leek toegankelijk? Mijn antwoord hangt af van de vraag door wiens ogen ik het heb gelezen.
De eerste van de twee, de liefhebber, komt zonder meer aan zijn trekken, en zal ook de opbouw van het boek als volkomen vanzelfsprekend ervaren.
De wiskundeleek (bijvoorbeeld, zoals Verhulst deze beschrijft, ‘publieke figuren uit de amusementswereld die met uitdagende trots en zonder enige vrees voor statusverlies steeds weer verkondigen dat ze van wiskunde niets afweten’) haakt in mijn ogen echter voorgoed af na bladzijde 25 als de verzamelingenleer tamelijk technisch behandeld wordt (***zie figuur 2***). Een omkering van de hoofdstukvolgorde zou voor de leek logischer zijn en hem/haar mogelijkerwijs langer bij de les houden, maar Verhulst vraagt in zijn enthousiasme ook dan erg veel doorzettingsvermogen van die lezer. En het is nou juist dat vermogen dat die leek door schade en schande is kwijtgeraakt, en met dit boek spijtig genoeg niet terugvindt.

Over de recensent
Peter Lanser is wiskundedocent en teamleider vwo 5&6 op de Werkplaats Kindergemeenschap in Bilthoven.
E-mailadres: *p.lanser@wpkeesboeke.nl*.



Ondertitel: Het cultuurverschijnsel mathematica in beschaving, kunst, natuur en leven
Auteur: Rik Verhulst
Uitgever: Garant, Antwerpen/Apeldoorn (2006)
ISBN 90 441 1989 3
Prijs: € 39,90 (398 pag.)

Jaarverslag Euclides

JAARGANG 82 (2006/2007)

[Marja Bos]

Inleiding
In dit jaarverslag wordt een beknopt overzicht gegeven van de werkzaamheden van de redactie in de periode van 1 augustus 2006 tot en met 31 juli 2007.

Redactie
De redactie van Euclides bestond een jaar geleden uit tien personen - zeven redacteuren met ieder een eigen aandachtsgebied en taken op het gebied van het becommentariëren en genereren van artikelen: Bram van Asch (boekbesprekingen), Klaske Blom (didactiek), Rob Bosch (wiskundige artikelen, eigen rubriek), Hans Daale (hbo), Wim Laaper (havo/vwo), Jos Tolboom (ict), Joke Verbeek (vmbo), en een driekoppige kernredactie: Gert de Kleuver (redactievoorzitter), Dick Klingens (eindredactie) en Marja Bos (hoofdredactie).

In november 2006 nam Jos Tolboom tot onze spijt afscheid als ict-redacteur. Er is nog geen opvolger.
De redactie kwam driemaal plenair ter vergadering bijeen. De kernredactie kwam buiten die plenaire bijeenkomsten ook nog enkele malen bij elkaar. Verder vond incidenteel overleg plaats met het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Inhoud
De inhoud van Euclides wordt grotendeels gevormd door artikelen op het gebied van het wiskundeonderwijs, spontaan ingezonden dan wel op uitnodiging geschreven, zowel informerend, actueel/journalistiek, als opiniërend. De kopijlijst telde gedurende de hier beschreven periode 172 inzendingen: concept-artikelen, boekbesprekingen, interviews, verslagen, redactionele kopij, aankondigingen en mededelingen, en daarnaast NVvW-bestuursbijdragen voor de Verenigingspagina's. Buiten deze 172 inzendingen ontving de redactie een groot aantal persberichten.

Euclides kende het afgelopen jaar een aantal vaste rubrieken:
Anne van Streun verzorgde de serie *Parate kennis en algebra*, bestaande uit zeven afleveringen.
Van Frits Göbel was in elk nummer de rubriek *Recreatie* te vinden, met wiskundige puzzels, oplossingen en 'de ladderstand'.
Redacteur Klaske Blom liet in haar rubriek *Ik las en dacht...* viermaal haar licht schijnen op een oud artikel met een opvallend actueel tintje.
Rob Bosch schreef in aansluiting op een tweetal afleveringen in de jaargang 2005/2006 een serie van vijf bijdragen over het thema *Wis(Kundig) Kiezen.*
In nummer 82-7 startte Pauline Vos de rubriek *Feiten en Meningen*, die in de nieuwe jaargang (2007/2008) door haar wordt voortgezet.
Een werkgroepje van de redactieleden Klaske Blom, Hans Daale, Wim Laaper en Joke Verbeek verzorgde voor de vier laatste nummers van de jaargang een serie interviews onder de titel *Als ik zeg wiskunde, wat zegt u dan?*
Elk nummer werd voorzien van een hoofdredactionele inleiding door Marja Bos, *Kort Vooraf*, waarin ook actuele kwesties kort de aandacht kregen.

Uiteraard werd aandacht besteed aan diverse evenementen, symposia en prijsuitreikingen op het gebied van de wiskunde en het wiskundeonderwijs.

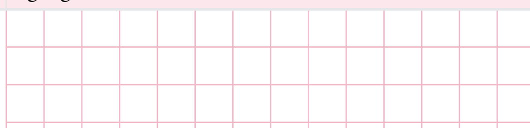
Het septembernummer was voor het grootste gedeelte gewijd aan de in 2006 afgenomen wiskunde-eindexamens in het voortgezet onderwijs, van vmbo-BB tot en met vwo-B12.

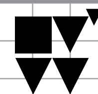
Publicatieprocedure
Ingezonden bijdragen worden in eerste instantie beoordeeld (dat wil zeggen geaccepteerd of afgewezen) door de hoofdredacteur. In geval van acceptatie wordt de inzending van commentaar voorzien door de hoofdredacteur en enkele andere redactieleden; de auteur krijgt vervolgens de gelegenheid zijn/haar artikel op basis van dit commentaar bij te stellen.
Voor becommentariëring wordt incidenteel mede een beroep gedaan op personen buiten de redactie. De namen van deze referenten worden vermeld op de eerste pagina van het nummer waarvan zij een bijdrage becommentarieerden.
Nadere informatie over de publicatieprocedure en een aantal richtlijnen voor de aanlevering van bijdragen voor Euclides staan vermeld op *www.nvvw.nl/euclricht.html*.

Euclides als Verenigingsorgaan
Euclides is 'vakblad voor de wiskundeleraar', maar tegelijkertijd 'orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren'. Als Verenigingsorgaan kent het tijdschrift daarom een aantal geoormerkte pagina's ten behoeve van het *Verenigingsnieuws*. Het bestuur van de NVvW kan deze Verenigingspagina's, zonder inhoudelijke bemoeienis en buiten verantwoordelijkheid van de redactie, vrijelijk gebruiken om zich tot de leden te richten. Het afgelopen jaar werd hiervan in zeven nummers gebruik gemaakt. Dit gebeurde onder meer in de vorm van *Bestuurstafels*, waarin het bestuur van de NVvW de leden informeert over lopende kwesties en besluiten.

Omvang en vorm
Met ingang van de afgelopen jaargang is de realisatie van Euclides overgegaan van 'TiekstraMedia' te Groningen naar 'De Kleuver bedrijfscommunicatie' te Veenendaal. Daarnaast is gekozen voor een nieuwe vormgeving.
Het blad heeft in principe een vaste omvang van 40 pagina's per nummer. De acht nummers van jaargang 82 telden in totaal 329 pagina's; de steunkleur was oker.

Andere zaken
- De advertentiezaken werden, in afwachting van een structurele oplossing, het afgelopen jaar nog waargenomen door redactievoorzitter Gert de Kleuver. Met ingang van jaargang 83 (2007/2008) heeft de NVvW het advertentiebeheer van Euclides overgedragen aan 'De Kleuver bedrijfscommunicatie'.
- Binnen de redactie is afgesproken geen advertorials in Euclides te plaatsen.
- In 2002 werd door hoofdredacteur Marja Bos het initiatief genomen alle oude jaargangen van Euclides te archiveren.





Wolters-Noordhoff stond daartoe een complete set welwillend af aan de NVvW. Het bestuur van de Vereniging nam destijds de taak op zich de verdere afwikkeling rond de archivering te regelen. Vanuit het bestuur werd recentelijk gemeld, dat hierover inmiddels overleg gaande is met de Koninklijke Bibliotheek in Den Haag.



Voor en door wiskundedocenten

De lezers van Euclides delen uiteraard hun affiniteit met het Nederlandse wiskundeonderwijs, maar vormen tegelijkertijd een brede en tamelijk heterogeen samengestelde doelgroep. De redactie streeft ernaar, ieder van deze Euclides-abonnees / NVvW-leden een ruime sortering relevante en toegankelijke artikelen te bieden. Feedback van lezers is daartoe van wezenlijk belang. Daarnaast worden inzendingen van abonnees en leden uiteraard met veel belangstelling door de redactie tegemoet gezien.

Over de auteur
Marja Bos is hoofdredacteur van Euclides.
E-mailadres: *m.g.w.bos@home.nl* of *redactie-euclides@nvvw.nl*

Wiskunde: weten én kunnen - Wat willen ze allemaal van ons?

EEN OPWARMER VOOR DE PLENAIRE LEZING VAN DE NVvW-STUDIEDAG 2007

[Anne van Streun]

Opnieuw staat het wiskundeonderwijs en staan de wiskundeleraren onder stevige maatschappelijke en politieke druk. En met de beste wil van de wereld valt het niet mee om een consistent politiek beleid te vinden in de gewenste vernieuwingen van dat wiskundeonderwijs.

Havo/vwo en hoger onderwijs

Op verzoek van hbo en wo werd destijds uitdrukkelijk met de 'nieuwe' tweede fase havo-vwo beoogd, dat het voortgezet onderwijs veel meer werk zou moeten maken van algemene vaardig-heden en studievaardigheden en daarnaast een veel bredere algemene vorming zou moeten bieden dan met de zes of zeven examenvakken mogelijk was, zo vond de politiek. Een politieke keuze, die natuurlijk impliceerde dat er per vak minder tijd en aandacht kon worden besteed. Vervolgens blijkt het maatschappelijk protest (lees leerlingenprotest) tegen de beoogde verzwaring van de bovenbouw havo-vwo (1600 studielasturen per jaar, 40 weken van 40 uren) direct tot paniekingrepen in allerlei programma's te leiden, waardoor de interne samenhang gaat ontbreken. Tel daar bovenop de ingrepen van het schoolmanagement dat het aantal contacturen ook voor vakken als wiskunde drastisch beperkt, wat in veel gevallen leidt tot een plat zelfstandig sommetjes maken met het antwoordboek bij de hand, dan is het niet verbazingwekkend dat de wiskundige doelen van het vernieuwde wiskundeprogramma niet op een goed niveau werden gehaald. Niet erg, zou je zeggen, want aan die veel belangrijker geachte algemene vaardigheden is stevig gewerkt! En de algemene en brede vorming, door de politiek als het belangrijkste doel van het vo gedefinieerd, blijft verzekerd.

12-16 en primair onderwijs

In de basisvorming en het 12-16 curriculum hebben we hetzelfde gezien. Het programma dat is ontwikkeld mocht geen onderscheid maken in niveau of inhoud tussen bijvoorbeeld vmbo en havo-vwo, de ontwikkelaars volgden gehoorzaam die richtlijn en de schoolboeken deden daar aan mee. Uiteraard zakte daardoor het beheersings-niveau van de wiskunde aan het eind van 3 havo-vwo, met weer gevolgen voor de bovenbouw. De vernieuwde kerndoelen van de basisvorming zijn nu bewust zo algemeen en breed geformuleerd dat iedere school er wat eigens van kan maken. Dat past weer in het beleid van de eigen verantwoordelijkheid van de school, aldus de motivatie. En in het primair onderwijs is het aantal uren dat aan rekenen-wiskunde

wordt besteed steeds meer in de verdrukking gekomen, omdat ook dat onderwijs zich steeds meer heeft verbreed en verrijkt met allerlei nieuwe activiteiten, die geen bijdrage leveren aan de beheersing van taal en rekenen-wiskunde.

Stand van zaken

Waar staan we nu?
Het hoger onderwijs klaagt steen en been en er wordt daar heel veel belastinggeld gestoken in projecten voor het maken van entreetoetsen en het ontwerpen van reparatiecursussen. Niet voor algemene vaardigheden maar voor algebraïsche vaardigheden. Sommige sectoren in het hbo en wo leveren lijstjes die in omvang de gehele studietijd van een bepaald vak zouden omvatten en sturen vertegenwoordigers naar commissies met de boodschap dat ze geen boodschap hebben aan algemene vorming met bijvoorbeeld ook wat meetkunde. Binnenkomende eerstejaars studenten van de pabo kunnen de rekenopdrachten van groep 8 niet feilloos maken, ook al hebben ze havo A achter de rug.
En de minister spreekt de overtuiging uit dat hetzelfde tekort vast ook geldt voor alle andere instromende eerstejaars in het ho. In de wereld van de wiskundigen van het wo leeft daaren-tegen bij velen de overtuiging dat er nu te weinig fundamenteel met wiskunde in het vo wordt omgegaan. Te plat, volledige intimidatie, niet conceptueel en niet op wiskundige structuren gericht. Vernieuwingscommissies voor de bètavakken zijn hard aan het werk om weer een nieuw curriculum te maken en cTWO moet uitdrukkelijk de lange leerlijnen vanaf het primair onderwijs gaan ontwerpen. Een programmacommissie voor de onderbouw studeert daarop. Het ministerie maakt zich zorgen en financiert een project ReAL, Rekenen en Algebra Leerlijnen (SLO-FI), waarin vanuit een analyse van de praktijk in het primair onderwijs de leerlijnen worden doorgetrokken naar 3 havo-vwo en 4 vmbo. In het mbo worstelt men met de invoering van competentiegericht onderwijs en lopen projecten om toch iets overeind te houden van samenhangend wiskundeonderwijs.
Als klap op de vuurpijl heeft de vorige minister de Tweede Kamer beloofd een Expertgroep te laten studeren op al die overgangen of schakelpunten in het onderwijsstelsel, waar het zo vreselijk mis lijkt te gaan in de beheersing van de basisvaardigheden van taal en rekenen-wiskunde. Dit onder het motto dat wat betreft doorlopende leerlijnen de autonomie van de ene school tegelijk de onvrijheid van de vervolgschool is. In het eerste advies van de Expertgroep wordt ervan uitgegaan dat voor de domeinen taal en rekenen-wiskunde voor 16-jarigen wordt beschreven waarover alle Nederlanders tenminste aan kennis en vaardigheden zouden moeten beschikken. Vanuit die beschrijving moet dan de stap naar de schakelpunten worden gemaakt.

En wijzelf?

Tegen deze maatschappelijke en onderwijspolitieke achtergrond gaan we aan de hand van een aantal contexten en problemen nadenken over wat wij, wiskundeleraren, eigenlijk met ons wiskundeonderwijs willen bereiken en hoe dat al dan niet in de pas loopt met wat zij (de vervolgopleidingen, de maatschappij) willen dat leerlingen gaan beheersen. Over welke parate kennis en routines (Weten dat) gaat het dan, wat moeten zij met die kennis doen of hoe moeten zij die toepassen (Weten hoe), mag of moet je ook dieper ingaan op de concepten en structuren (*Weten waarom*), hoe zit het met vertrouwen opbouwen, zelfkennis, eigen aanpak leren kennen, reflecteren, monitoren (*Weten over weten*). En als wij helder hebben wat we voor een bepaalde groep leerlingen en met die leerstof willen bereiken, hoe doen we dat dan? Welke didactiek hoort daar dan bij? Kan dat doel bereikt worden met zelfstandig sommen maken? Of met wiskunde op afroep? Of met oefenen en oefenen op analoge opgaven? En hoe verhoudt die algemene kennis hierboven genoemd (zo iets als *gecijferdheid*?) zich tot al die instroomeisen die als een lawine over ons heen worden gestort? En hoe komt het dat ook leerlingen met havo A wiskunde zo matig scoren op die pabo-rekentoets van groep 8? Klopt ons programma havo A wel voor wat de maatschappij ervan verwacht? Enzovoort!

Over de auteur
Anne van Streun is wiskundeleraar sinds 1964, wiskundedidacticus aan de Rijksuniversiteit Groningen sinds 1974, en hoogleraar didactiek bètawetenschappen sinds 2000.
E-mailadres: *avstreun@euronet.nl*

Inhoud van de 82e jaargang (2006/2007)

Bijdragen

Boekbesprekingen

Verschenen

Recreatie

Nakijkmodel en uitgebreide oplossingen NWO 2007

Nakijkmodel (zie de opgaven op pag. 76)

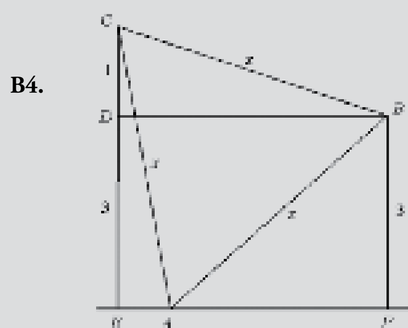
A1. (C)
A7. (C)
B4. $x = \sqrt{\frac{52}{3}} = 2\sqrt{\frac{13}{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{39}$

Uitgebreide oplossingen

A1.
Als M uit 4 enen bestaat, dan is $2007 \times M = 2229777$; dus de som van de cijfers is $3 \times (2+7) + 9 = 4 \times 9$.
Als M uit 5 enen bestaat, dan is $2007 \times M = 22299777$; de som van de cijfers is hier $3 \times (2+7) + 9 + 9 = 5 \times 9$.
Als M uit 2007 enen bestaat, dan is de som van de cijfers $2007 \times 9 = 18063$. (C)

A7.
$9^n + 9^n + 9^n = 3 \times 9^n = 3 \times 3^{2n} = 3^{2n+1}$. Dus n = 1003. (C)

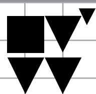
B4.



Noem de lengte van de gelijkzijdige driehoek x. Dan is:

$$x^2 = |BD|^2 + 1^2 = (|EA| + |AF|)^2 + 1 =$$
$$(\sqrt{x^2 - 4^2} + \sqrt{x^2 - 3^2})^2 + 1 = 2x^2 - 25 + 2\sqrt{x^2 - 16} \times \sqrt{x^2 - 9} + 1$$

Zodat: $2\sqrt{x^2 - 16} \times \sqrt{x^2 - 9} = -x^2 + 24$. Kwadrateren hiervan geeft:
$4(x^4 - 25x^2 + 144) = x^4 - 48x^2 + 576$ ofwel $3x^4 - 52x^2 = 0$.
Omdat $x \neq 0$ is, vinden we $3x^2 = 52$. Dus $x = \sqrt{\frac{52}{3}} = 2\sqrt{\frac{13}{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{39}$.



Nieuw nomenclatuur-rapport bij examen-programma's 2007

[Metha Kamminga en Marianne Lambriex, namens de Nomenclatuurcommissie]

Direct nadat de examenprogramma's van 2007 definitief waren vastgesteld, heeft het NVvW-bestuur weer een nomenclatuur-commissie samengesteld met als doel het vorige rapport uit 1999 aan te passen aan de nieuwe examenprogramma's. De commissie bestaat uit vertegenwoordigers van de uitgeverijen, het Cito en het bestuur: Piet Peters (Malmberg), Frits van Leeuwen (EPN), Ger Limpens (Cito), Gerard Stroomer (Cito), Dolf van den Hombergh (Wageningse methode),
Ruud Stolwijk (Moderne wiskunde), Wim van der Maaten (Netwerk), voorzitter Metha Kamminga (NVvW) en secretaris Marianne Lambriex (NVvW).

Het nomenclatuurrapport is geen officieel document, maar het heeft wel bijna die status. Het bevat afspraken die gemaakt worden tussen auteurs en examenmakers. Het doel van deze commissie is een minimale, maar toch dekkende opsomming van alle belangrijke wiskundige begrippen te maken. Er ligt nu een kruisjeslijst en een lijst met verklarende woorden klaar waarmee boekenschrijvers, examenmakers en docenten dezelfde termen voor dezelfde begrippen kunnen hanteren.
De datum van het verschijnen van het rapport ligt ná de startdatum van de nieuwe examenprogramma's. Dat komt niet alleen doordat de programma's zelf erg laat waren vastgesteld, maar ook moesten er vijf programma's (havo A en B; vwo A, C en B) minutieus onder de loep genomen worden en er hebben natuurlijk de nodige heftige discussies plaatsgevonden. Een voorbeeld daarvan is het begrip *richtingscoëfficiënt*, ook wel *steilheid* of *hellingsgetal* genoemd. Drie woorden die hetzelfde begrip aanduiden waarbij er overeenstemming moet zijn over één te gebruiken woord. Dan kunt u zich van de discussie wel een voorstelling maken.
De samenwerking binnen de commissie was prima, professioneel en bijzonder collegiaal. Tijdens de vijf bijeenkomsten is er zó hard gewerkt dat er zelfs tijdens de maaltijd en de koffie werd doorvergaderd, maar dat zijn we als leraren allemaal wel gewend. Ook een (besloten) forum van de NVvW-site is als vergadermedium ingezet.

Al in een vroeg stadium heeft de commissie besloten alleen de begrippen behorende bij de domeinen die in het Centraal Examen getoetst worden, op te nemen in de kruisjeslijst. Het staat de docent vrij welke woorden hij of zij zelf wil gebruiken voor de begrippen uit de domeinen die met een SchoolExamen afgesloten worden.
Sommige begrippen die in het oude rapport stonden zijn, ondanks het feit dat ze zeker in het examen kunnen voorkomen, niet in het nieuwe rapport opgenomen, omdat het óf begrippen zijn die vanuit de onderbouw bekend zijn, óf algemeen bekend veronderstelde Nederlandse begrippen zonder extra wiskundige betekenis zijn.

De commissie heeft het rapport inmiddels aan het bestuur aangeboden, samen met enkele aanbevelingen:

- start tijdig met een nieuw nomen clatuurrapport met betrekking tot de examenprogramma's van 2011;
- probeer afspraken te maken met de andere vernieuwingscommissies over een vakoverstijgende nomenclatuur.

Het nieuwe nomenclatuurrapport is vanaf nu te downloaden op de site van de NVvW (*www.nvvw.nl*).

Verslag van het verenigingsjaar 1 augustus 2006 - 31 juli 2007

[Wim Kuipers]

Bestuur
Het bestuur was dit jaar als volgt samengesteld: mw.drs. M.P. Kollenveld, voorzitter; W. Kuipers, secretaris; drs. S. Garst, penningmeester; overige leden: H. Bijleveld, mw.drs. M. Kamminga, drs. H. van der Kooij, mw.drs. M.A. Lambriex, drs. H. Rozenhart. Het bestuur is nog steeds niet voltallig. Met een aantal mensen die kenbaar hadden gemaakt wel belangstelling te hebben voor een bestuursfunctie, zijn gesprekken gevoerd. Dit heeft niet tot een voorstel van benoeming kunnen leiden. Met één kandidaat is het bestuur nog in gesprek in de hoop dat we tot een benoeming kunnen komen. Het betreft hier een bestuurslid vmbo. Binnen afzienbare tijd zullen zowel de penningmeester als de secretaris terugtreden. Deze functies vragen om vervanging. Daarnaast zouden we graag versterking willen hebben vanuit het mbo.

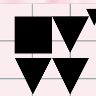
Algemeen
Het zwaartepunt van het bestuurswerk heeft dit verslagjaar vooral gelegen in de aandacht voor de ontwikkelingen met betrekking tot de veranderingen ten aanzien van de examenprogramma's havo/vwo. We prijzen ons gelukkig met de alertheid van de redactie van Euclides, speciaal die van de hoofdredacteur, om de leden in de soms wirwar van ontwikkelingen de weg te wijzen. Het bestuur is zich er terdege van bewust dat het de scholen zijn die uiteindelijk vorm en inhoud moeten geven aan het onderwijs. In verschillende overlegsituaties heeft het bestuur dit punt voortdurend benadrukt.

Jaarvergadering
De jaarvergadering/studiedag stond dit jaar in het teken van de aandacht voor de reken- en algebravaardigheden. Vanuit het veld kwamen en komen regelmatig geluiden over de breukvlakken die er liggen als we denken aan de overgang van de basisschool naar het voortgezet onderwijs, van de overgang van vo naar universiteit/hbo en van vmbo naar mbo. Hoe staat het met de doorlopende leerlijnen? Het bestuur vond deze problematiek een studiedag waard.
Onder het thema 'De nabije toekomst: breuk met het verleden' heeft H. van der Kooij, bestuurslid en clustercoördinator exacte vakken bij de CEVO, ons gediend met een verduidelijking van wat er nu allemaal op de rol is gezet sinds de start van het project examenprogramma's havo/vwo 2007 (PEP).
In de diverse workshops werden breuk-vlakken zichtbaar gemaakt en werd aandacht geschonken aan mogelijkheden voor het inhoudelijk gestalte geven aan doorlopende leerlijnen tegen de achtergrond van wat wenselijk en noodzakelijk is. Wel werd duidelijk dat er in verband met de plannen van het ministerie voor de komende tijd nog veel overleg nodig is.

Vmbo
De examenprogramma's zijn aangepast en beschreven in een syllabus. Duidelijk is nu zichtbaar wat we mogen verwachten van de afzonderlijke leerwegen. Diverse eindtermen zijn duidelijker geformuleerd en de docent kan zich beter dan voorheen een goed beeld vormen van wat er nu precies wordt bedoeld. Een lid van het bestuur is bij de totstandkoming betrokken geweest. Door het formuleren van globale eindtermen moet worden bereikt dat scholen voor de invulling van het schoolexamen meer ruimte krijgen. Verder worden 'meetkunde' en 'informatieverwerking en statistiek' niet meer afwisselend getoetst in het centraal examen. 'Informatieverwerking en statistiek' is uit het centraal examen gehaald. Dit onderdeel zal uitsluitend getoetst worden in het schoolexamen. De aanpassingen zullen gelden met ingang van het centraal examen in 2008. Het bestuur heeft een gesprek aangevraagd met het ministerie om te vernemen hoe men denkt te voorkomen dat wiskunde in het vmbo niet meer de aandacht krijgt die het verdient. Het gaat dan over vragen als: hoe moet het wiskundeonderwijs in de onderbouw er uitzien, wie geeft dit onderwijs en wat zijn de faciliteiten om in de bovenbouw producten te ontwikkelen die de samenhang met beroepsgerichte vakken kunnen ondersteunen.

Onderbouw
Met het oog op de doorgaande leerlijn van het primair onderwijs naar het voortgezet onderwijs en dan vooral naar het vmbo, heeft de SLO een notitie voorgelegd aan een aantal deskundigen. Het bestuur heeft op dit punt advies gegeven door een aantal praktische vragen te beantwoorden en deze nader toe te lichten. Het bestuur acht het van belang om, ten behoeve van de docent, praktijkmateriaal en leerlijnbeschrijvingen te ontwikkelen. Met welke wiskunde kunnen we de leerling in de diverse afdelingen van de onderbouw het beste dienen?

Havo/vwo
Uitvoerig zijn de leden op de hoogte gehouden van de ontwikkelingen rond de examenprogramma's. De hoofdredacteur van Euclides heeft zorgvuldig alle bewegingen gevolgd en er aandacht voor gevraagd. Het bestuur heeft op allerlei wijzen deelgenomen aan het gesprek rond de ontwikkelingen van Wiskunde A, B, C en D. De voorzitter heeft in een breed netwerk de



belangen verdedigd van allen die bij goed wiskundeonderwijs zijn betrokken.
Samen met anderen maar ook afzonderlijk heeft het bestuur gereageerd op het visiedocument van cTWO en op het standpunt van de Resonansgroep. Het een en ander kon worden gepubliceerd in Euclides.
De aansluiting havo/vwo met universiteit en hogeschool geeft de nodige zorg. De werkgroep havo/vwo is in gesprek met de universiteiten waar het gaat om het invoeren van toegangstoetsen. De NVvW participeert samen met het Koninklijk Wiskundig Genootschap (KWG) in de landelijke taakgroep. Deze taakgroep stelt zich ten doel de wiskunde te promoten, op de kaart te zetten. Voor dit project werkte Ionica Smeets. Voor haar wordt naar een opvolger gezocht.

Federatie Onderwijsbonden
Gedurende dit verslagjaar is er verder gewerkt aan de uitvoering van het besluit van de jaarvergadering 2006 om aansluiting te zoeken bij de Federatie Onderwijsbonden van de Centrale van Middelbare en Hogere Functionarissen (CMHF/MHP).
Swier Garst heeft in Euclides rond de aansluiting een en ander uitgelegd. Inmiddels is de NVvW geaccepteerd als lid per 1 augustus 2007. Op de jaarvergadering 2007 zal het bestuur de leden vragen de aanpassing van de statuten goed te keuren.

Euclides
Het hoeft geen betoog dat het bestuur dankbaar is voor het werk van de redactie van Euclides. Het vakblad Euclides voorziet ons van de nodige informatie en voegt een mogelijkheid toe om ons vakinhoudelijk te versterken. De meestal inspirerende artikelen maken het mogelijk om de veranderingen speciaal voor wat betreft havo/vwo en in mindere mate het vmbo goed bij te houden. Het bestuur stelt artikelen met verslaglegging van good practice op prijs.
Voor het beheer van de advertenties zoekt het bestuur een opvolger voor Gert de Kleuver. Zijn bijzondere aandacht voor dit werk valt buiten-gewoon te waarderen.
De redactie blijft werken aan plaatsing van artikelen die speciaal voor vmbo-docenten van belang zijn.

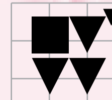
WwF
De werkgroep zoekt voortdurend naar goede projecten die ze kan toevoegen aan het lopende project Malawi. Het hoeft geen betoog dat het verschaffen van studiemogelijkheden aan studenten uit de derde wereld, die in hun middelen zeer beperkt zijn, onze steun verdient. Door het aanstaande vertrek van Ger Limpens wordt nog steeds gekeken naar opvolging.

Hbo
De werkgroep HBO heeft regelmatig contact met de HBO-raad om de problematiek van de aansluiting onder ogen te zien, met name voor wat betreft de sector Techniek. Consequenties zijn vooral tijdverlies door bijspijkeren, veel studie-uitval en tenslotte kwaliteitsverlies. Opvallend is dat er de laatste jaren minder vwo'ers naar het hbo gaan en dat de instroom van mbo'ers problemen geeft door gebrek aan theoretische kennis.

Examenbesprekingen
Het blijkt dat het onderling contact van docenten met betrekking tot de examens in een behoefte voorziet. Het bestuur is dank verschuldigd aan hen die het bestuur helpen om de regionale examenbesprekingen mogelijk te maken.
Voor de BB-examens zijn er ook dit jaar geen besprekingen geweest.

Tenslotte
Met dank aan velen die een bijdrage hebben geleverd aan het meewerken en meedenken binnen allerlei werkgroepen en commissies, mogen we terug zien op een intensief jaar. Aan de rand van het vele commissiewerk gebeurt er nog heel veel binnen een groot netwerk. Als we slechts denken aan persoonlijke adviezen aan docenten, bijwonen van officiële ontmoetingen rond prijsuitreikingen, bijeenkomsten organiseren van werkgroepen e.d. Gemeenschappelijk hebben we in elk geval: de inzet voor goed wiskundeonderwijs in aandacht voor de leerling. Laat dat blijven.

VERENIGINGS NIEUWS



Notulen van de jaarvergadering

van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op 4 november 2006

[Wim Kuipers]

1. Opening

Marian Kollenveld heet de aanwezigen hartelijk welkom op deze 81e jaarvergadering. In het bijzonder worden genodigden van zusterverenigingen en ereleden welkom geheten.
We zijn dit jaar weer te gast op het Cals College in Nieuwegein.
De voorzitster spreekt haar dankbaarheid uit over de grote opkomst en beschouwt dit als een teken van betrokkenheid bij het wiskundeonderwijs.

2. Jaarrede

Marian Kollenveld bedankt een ieder voor de aandacht die ze heeft mogen ontvangen tijdens haar ziekte.
De jaarrede zal in Euclides gepubliceerd worden.
Ze schetst een beeld hoe de ontwikkelingen binnen het wiskundeonderwijs in het afgelopen jaar gestalte hebben gekregen, met name de aandacht voor het havo/vwo.
Het is goed om te merken dat velen zich betrokken weten bij deze ontwikkelingen. De vele reacties vanuit het veld geven dat aan.
Het bestuur juicht initiatieven toe die leiden tot het in het leven roepen van een werkgroep van jonge docenten en een werkgroep van senioren. Juist de kennis van senioren zou niet zomaar moeten wegvloeien.
De website nadert haar voltooiing. Het is jammer dat Gerard Koolstra het team van webmasters gaat verlaten. We hebben jaren van zijn kwaliteiten gebruik mogen maken. Lennart de Jonge is zijn opvolger.

3. Notulen

De notulen van de jaarvergadering 2005 worden onveranderd vastgesteld. Er zijn geen vragen en de secretaris wordt bedankt voor zijn werkzaamheden.

4. Jaarverslag

Het jaarverslag geeft in grote lijnen aan wat de speerpunten zijn geweest waar het bestuur zich in het achterliggende jaar mee bezig heeft gehouden.
In steeds meer zaken wordt het bestuur betrokken. Ook wordt er veelvuldig een beroep gedaan op het bestuur in de adviessfeer.

5. Financiën

De penningmeester geeft aan dat er op dit moment geen reden voor zorg is als het gaat om de beschikbare gelden. Zoals op de jaarrekening is te zien, zijn we iets teruggelopen in bezit. Wel moeten we alert zijn en vooruit kijken. Er worden meer en meer nieuwe initiatieven ontwikkeld en dat is goed, maar er hangen wel prijskaartjes aan.
De contributie wordt vastgesteld op € 52,50.
De penningmeester brengt vervolgens de aansluiting bij de Federatie van Onderwijsbonden CMHF/MHP ter sprake. Reeds op de site hebben we een aantal reacties op ons voorstel mogen ontvangen. Er zijn enkele leden die via de site al hebben aangegeven niet gelukkig te zijn met het voornemen van het bestuur. Tijdens de vergadering worden geen nieuwe tegenargumenten naar voren gebracht. Stemmen over het voorstel bij handopsteken geeft aan dat er een aantal tegenstemmen en een aantal onthoudingen zijn. De meerderheid steunt het bestuur in dezen.
Ook het meedenken in deze zaken is van belang.
Financieel levert deze deelname aan het CMHF een voordeel op. Graag zou het bestuur deze gelden willen inzetten voor bovenbedoelde initiatieven inclusief professionalisering van het bestuur. Vanuit de vergadering wordt gevraagd om in de begroting beter zichtbaar te maken wat de ambities van het bestuur zijn.
De penningmeester wordt tenslotte gedechargeerd.

6. Bestuur

De vergadering gaat akkoord met de herverkiezing van de bestuursleden Garst, Kamminga, Kollenveld en Kuipers.
De voorzitter wijst op de moeite die er is om nieuwe bestuursleden te werven. Ze vraagt aan de leden om zich te melden bij de secretaris indien men ambitie heeft het bestuur met haar of zijn kwaliteiten te versterken.

7. Jaarverslag Euclides

De voorzitter dankt de redactie voor de verrichte werkzaamheden die in verband staan met het uitbrengen van ons vakblad. Ze moedigt de redactieleden aan om in dit spoor verder te gaan. Een blad ten dienste van verrijking en verdieping van onze vakkennis.

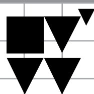
8. Studiedag

Volgend op de huishoudelijke vergadering kondigt Marianne Lambriex de studiedag aan met het thema ‘Doorlopende leerlijnen of breukvlakken’.
Henk van der Kooij is de inleider voor deze dag; hij geeft ons in een helikopter-view een beeld van de door het ministerie in werking gezette beleid voor wat betreft het wiskundeonderwijs.

9. Rondvraag

Hiervan is geen gebruik gemaakt.

10. Sluiting



Instaptoetsen! Uitstaptoetsen?

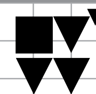
[Henk Rozenhart, namens het bestuur en de Havo-Vwo werkgroep]

Er is het afgelopen schooljaar veel gezegd en geschreven over de aansluitingsproblematiek tussen het voortgezet onderwijs en het hoger onderwijs. Het gaat daarbij met name om het gebrek aan algebraïsche vaardigheden bij de aansluiting naar het technisch en economisch hoger onderwijs. Veel oorzaken voor dit probleem zijn aangedragen en door velen bediscussieerd. Inmiddels is duidelijk dat het aanwijzen van een echte oorzaak niet eenvoudig is en in hoeverre het geconstateerde probleem kan worden opgelost, is ook nog niet geheel helder. Een oplossing moet in ieder geval worden gevonden in een goed gestructureerd overleg tussen het voortgezet onderwijs en het hoger onderwijs.

Op allerlei niveaus worden op dit ogenblik initiatieven ontwikkeld om dit overleg tot stand te brengen. Het project Nationale Kennisbank Basisvaardigheden Wiskunde (NKBW) is zo'n initiatief. In *Euclides* van juni 2007 wordt hier uitgebreid over bericht. Er heeft inmiddels een oriënterend gesprek plaatsgevonden tussen vertegenwoordigers van NKBW en NVvW. Een ander initiatief is genomen door de werkgroep Havo-Vwo van de NVvW. Zij heeft in opdracht van het bestuur instaptoetsen van technische universiteiten bestudeerd. Bij de bestudering van de instaptoetsen van verschillende universiteiten viel de werkgroep Havo-Vwo een aantal dingen op. Veel vragen scoren slecht omdat ze door de leerlingen niet begrepen worden. Oorzaak hiervan ligt in de manier van vraagstelling, die niet aansluit bij wat de leerlingen op de middelbare school gewend zijn. De wiskunde-taal is veel abstracter en bedient zich van symbolen die de leerlingen niet kennen.
Ook worden regelmatig vragen gesteld over onderwerpen die niet meer in het vwo-curriculum voorkomen. Verder komen er nog al eens vragen voor van een iets te hoog niveau. In het overleg met de docenten van de technische universiteiten kwam al snel naar voren, dat de vragen zoals gesteld in de instaptoetsen niet echt gekoppeld waren aan de leerstof van het voortgezet onderwijs, maar eerder voortkwamen vanuit wat de wiskundesecties op de universiteiten noodzakelijke kennis achten. Kijkend naar de eerste tentamens wiskunde die de eerstejaars studenten na een semester krijgen, is deze veronderstelling niet zo vreemd. Ook deze eerstejaars tentamens zien er zeer abstract uit en bedienen zich van een wiskundetaal die leerlingen uit het voortgezet onderwijs niet meer kennen.
Vanuit dat perspectief gezien is het niet zo vreemd dat men over aansluitingsproblemen spreekt. Maar de overheid heeft een examenprogramma vastgelegd en dus is het niet helemaal terecht om een hoger instroomniveau te verwachten dan je op grond van dit programma mag veronderstellen.

Dat er aan de algebraïsche vaardigheden iets mankeert, is inmiddels breed aanvaard. In de nieuwe syllabi waarin de eindexamens voor de diverse wiskundevakken worden vastgelegd, is een lijst opgenomen van specifieke en algemene vaardigheden op het gebied van algebra. En er is in het programma meer tijd vrij gemaakt om aan algebraïsche vaardigheden te werken. Op grond van het bovenstaande heeft de werkgroep Havo-Vwo in samenwerking met mensen van de technische universiteiten twee voorbeeldtoetsen gemaakt, zeg maar *uitstaptoetsen*. Volgens de werkgroep zou een instaptoets van een universiteit er zo uit kunnen zien. Het is volgens de werkgroep in ieder geval een niveau dat met het huidige programma gehaald zou moeten kunnen worden. Men denkt dat een goede wiskunde-B-leerling deze toets met een ruim voldoende resultaat moet kunnen maken. De uitgangspunten van de werkgroep Havo-Vwo bij het maken van deze toetsen zijn de volgende:

- Van de aangeboden toets mag verwacht worden dat een leerling met wiskunde-B die doorstroomt naar een vervolgopleiding in de B-richting, deze met een ruim voldoende score moet kunnen maken.
- De aangeboden toets is slechts bedoeld voor *diagnostisch* gebruik en kan niet dienen als surrogaat voor het centraal examen.
- De toets is *geen kopie van het CSE*; op het CSE worden naast enkelvoudige algebraïsche vaardigheden ook andere vaardigheden getoetst, waarbij het antwoord gevonden moet worden met mogelijk meer (denk)stappen. Bij deze toets worden specifieke algebraïsche basisvaardigheden met slechts enkele stappen gevraagd.
- De toets dient docent en leerling inzicht te geven in de beheersing van de specifieke algebraïsche *basisvaardigheden* die passen bij het huidige wiskunde B programma.
- De vragen worden zo gesteld dat voor de leerling *herkenbaar* is wat van hem verwacht wordt bij het beantwoorden ervan. Er staan geen opgaven in over vaardigheden die in het vwo op dit moment nauwelijks aan bod komen.

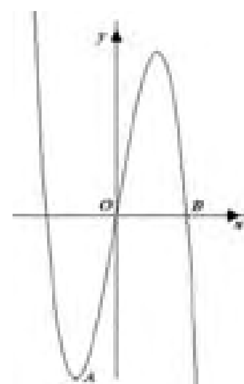


- De toets bevat vragen met *voldoende spreiding* over de B-stof, die leerlingen daadwerkelijk onderwezen krijgen.
- De toets bestaat bij voorkeur uit *open vragen*.
- Leerlingen hebben *royaal de tijd* om de toets te maken; gedacht wordt aan 15 vragen in 60 minuten.
- Het *rekenwerk* blijft *beperkt* omdat *zonder GR* gewerkt wordt.
- Een gegeven is dat de huidige B-leerling niet snel een grafiek kan produceren; behalve bij vragen over standaardgrafieken is het aan te bevelen om waar nodig de *grafiek* bij de opgave te zetten.

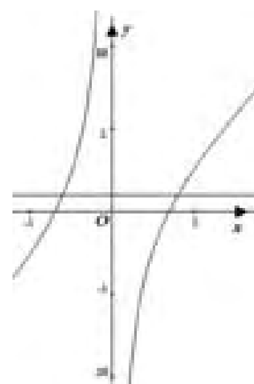
Eén van de voorbeeldtoetsen die door de Havo-Vwo werkgroep ontwikkeld zijn, wordt hierbij afgedrukt. Het bestuur is de Havo-Vwo werkgroep erkentelijk voor haar werk en roept een ieder die meent iets over dit voorbeeld te willen zeggen, nadrukkelijk op te reageren. Dat kan schriftelijk, via e-mail of via de website. Het ligt in de bedoeling van het bestuur om op deze wijze een discussie los te maken over dit lastige probleem. Met nadruk wordt ook het hoger onderwijs gevraagd te reageren op deze uitstaptoets.
Inmiddels is van de kant van het NKBW-project positief gereageerd op de poging van de NVvW, met name de Havo-Vwo werkgroep, om meer duidelijkheid te brengen in de verschillen die er bestaan tussen de opvattingen in het voortgezet en het hoger onderwijs.

EEN UITSTAPTOETS

1. Herleid de uitdrukking na haakjes uitwerken tot een zo kort mogelijke formule: $(x+3)^2-(6x+3)+x-7$
2. $G=\sqrt{5}\cdot L^{\frac{1}{3}}$. Druk L uit in G.
3. Herschrijf $\frac{x^3}{2\sqrt{x}}$ tot een uitdrukking van de vorm "getal" · "een macht van x".
4. Los op: $\sqrt{(x+2)}+2=2x$.
5. Los op: $(\sin(t)-1)^3=0$.
6. Los op: $e^{2x}=16$.
7. Herschrijf $3+{}^{2}\log a$ tot een uitdrukking van de vorm ${}^{2}\log\ldots$
8. Los op: $(2x-a)(x^2-a)=0$; druk x uit in a.
9. In figuur 1 is de grafiek getekend van $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+6x$. A is de linkertop en B het rechtersnijpunt van de grafiek met de x-as.
Bereken de coördinaten van A en van B.
10. Bereken het minimum van $f(x)=x\cdot\ln(2x)$.
11. Bereken de afgeleide van $f(x)=1-\cos^2 x$.
12. In figuur 2 zie je de grafiek van $y=x-\frac{1}{x}$ en de lijn $y=1$ getekend.
Los de ongelijkheid $x-\frac{1}{x}\geq 1$ op; gebruik bij je antwoord de getekende grafieken.
13. Bereken exact: $\int_1^4(8-x\sqrt{x})\,dx$.
14. In figuur 3 zie je de grafieken getekend van $f(x)=x^2$ en $g(x)=-x^2+6x$.
Bereken exact de oppervlakte van het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafieken van f en g.
15. In figuur 4 snijdt de grafiek van $y=-x^2+a$ de x-as in A en de y-as in C. De gearceerde oppervlakte binnen de rechthoek $OABC$ is tweederde van de totale oppervlakte van rechthoek $OABC$.
Toon dit aan.



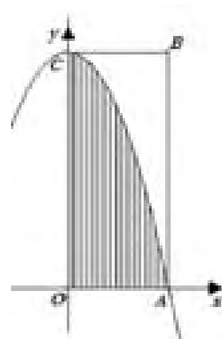
figuur 1



figuur 2



figuur 3



figuur 4

Puzzel 832

Witte en zwarte dames

[Frits Göbel]

Na *Paard zonder grenzen*, *De vijf Dames op het schaakbord* en recentelijk *Torens en Lopers* is het tijd voor een paar nieuwe opgaven met schaakstukken. De Koningen komen binnenkort aan de beurt, maar deze keer ziet u een heroptreden van de Dames. Bernhard Wiezorke is een Duitse verzamelaar en ontwerper van puzzels. Van hem hoorde ik het volgende probleem.

Opgave 1
Zet 5 witte en 3 zwarte Dames zó op een bord van 5 bij 5, dat een 'veilige' stelling ontstaat, dat wil zeggen: geen twee Dames van verschillende kleur vallen elkaar aan. In ***figuur 1*** ziet u een dergelijke veilige stelling, maar nu met vier Dames van elke kleur.

Het ligt voor de hand om de vraagstelling te generaliseren naar grotere vierkante borden waarop zo veel mogelijk Dames moeten worden geplaatst. De interessante gevallen zijn die, waarbij de aantallen zwarte en witte Dames elkaar niet te veel ontlopen.

Opgave 2
Bepaal een veilige stelling op een bord van 7 bij 7 met 6 witte en 7 zwarte Dames.

We definiëren nu de volgende score $s(n)$ voor een optimale veilige stelling op een bord van n bij n:

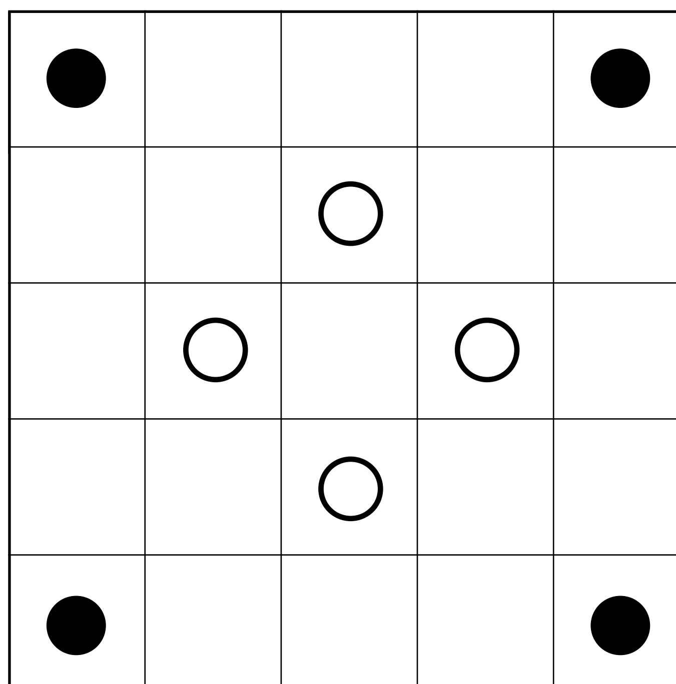
$$s(n) = \frac{2 \cdot \max(\min(w, z))}{n^2}$$

waarbij het maximum wordt genomen over alle veilige stellingen met w witte en z zwarte Dames en het minimum over alle paren w, z.

Zo is ***in figuur 1***: $s(5) = 0{,}32$.
Ik vermoed dat dit een enorme uitschieter is en dat $s(n)$ nadert naar $2-\sqrt{3}$ als n naar oneindig gaat. Maar een bewijs of een weerlegging mag ik niet van u verlangen.

Opgave 3
Bepaal een waarde van n ($n > 5$) waarbij een veilige stelling met $s(n) > 0{,}26$ bestaat op een bord van n bij n.

Oplossingen kunt u mailen naar *a.gobel@wxs.nl* of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede.
Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing.
De deadline is 1 december 2007.
Veel plezier!



figuur 1

Oplossing 828

De truc van Floyd

Er waren elf inzenders, onder wie twee nieuwe: Jozef Hanenberg en Harm Bakker. Hartelijk welkom! De anderen zijn: Leo van den Raadt, Ton Kool, Hans Klein, Lieke de Rooij, Niels Wensink, Wobien Doyer, Wim van den Camp, Herm Jan Brascamp en Gerhard Riphagen.

Er zijn 4 cykels,
een van 15: 5-32-12-6-64-80-257-164-82-260-69-576-224-24-20-5,
een van 6: 70-129-518-290-517-162-70,
een van 5: 98-768-448-288-516-98
en een van 2: 148-274-148.

Eén van de oplossers miste de cykel van 2, verder vond iedereen ze allemaal. Niemand(?) paste 'Floyd' toe. Ik trouwens ook niet, maar het leek me wel aardig om deze methode te noemen; misschien doe ik er sommige lezers een plezier mee.

Veel inzenders gaven meer dan alleen de vier cykels. Sommigen gaven een uitgebreide toelichting, anderen zagen er niet tegenop om verwante problemen op te lossen.
Hans Klein bekeek ook de grondtallen 3, 4 en 5. Gerhard Riphagen ging tot 10 en Ton Kool zelfs tot 25. Deze laatste en Wobien Doyer en Wim van den Camp gingen ook na welke startgetallen in de diverse cykels terecht komen.
Ik had het vermoeden dat in de limiet 100% van de startgetallen in de grootste cykel terecht zou komen. Maar de resultaten van met name Ton Kool laten zien dat dit eerder 86% moet zijn. Hij ging ook na hoe groot de cykel wel is die Nob Yoshigahara in zijn artikel *A big loop* heeft gevonden. Dat blijkt een cykel van 56 te zijn, wat voor Ton Kool aanleiding was om *a really big one* te bepalen: een cykel van 1322 die bij het grondtal 68 optreedt!
Herm Jan Brascamp kwam met de suggestie om in het g-tallige stelsel het grondtal g te gebruiken. Het grappige is dat voor $g > 3$ de cykels dan niet meer van g afhangen.

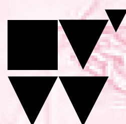
Ladderstand
De top van de ladder ziet er nu als volgt uit:
W. van den Camp 456
H.J. Brascamp 452
J. Meerhof 395
L. de Rooij 314
G. Riphagen 270
L.H. van den Raadt 198
H. Klein 175
N. Wensink 166
W. Doyer 156
De ladderprijs, een boekenbon van € 30,00, is dus gewonnen door Wim van den Camp. Hartelijk gefeliciteerd!

SERVICEPAGINA

Voor overige internet-adressen zie
www.wiskundepersdienst.nl/agenda.php

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie
www.wiskundeonderwijs.nl

Publicaties van de Nederlande Vereniging van Wiskundeleraren



Zebraboekjes

1. Kattenaids en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christiaan Huygens
18. Zeepvliezen
19. Nullen en Enen
20. Babylonische Wiskunde
21. Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde
22. Spelen en Delen
23. Experimenteren met kansen
24. Gravitatie
25. Blik op Oneindig

Zie verder ook *www.nvvw.nl/zebrareeks.html* en/of *www.epsilon-uitgaven.nl*

Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

Wisforta – wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

Honderd jaar wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW: *www.nvvw.nl/lustrumboek2.html*

Voor overige NVvW-publicaties zie de website: *www.nvvw.nl/Publicaties2.html*

Kalender

In de kalender kunnen alle voor wiskundedocenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (*redactie-euclides@nvvw.nl*). Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de lopende jaargang. Achter de verschijningsdatum is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen en van de *eind*versies van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook *www.nvvw.nl/euclricht.html*.

nr.	verschijnt	deadline
3	20 december	6 november
4	7 februari	11 december
5	6 maart	22 januari
6	17 april	4 maart
7	29 mei	8 april
8	30 juni	15 mei

donderdag 8 november, Amsterdam
Mastercourse: Intrigerende paradoxen uit de kansrekening
Organisatie UvA

zaterdag 10 november, Nieuwegein
Jaarvergadering/Studiedag 2007
Organisatie NVvW
Zie de pagina's 81, 88 en 91 in dit nummer.

vrijdag 23 november, op de scholen
Wiskunde A-lympiade en Wiskunde B-dag
Organisatie FIsme

zaterdag 24 november, Arnhem
Ars et Mathesis-dag
Organisatie Stichting Ars et Mathesis i.s.m. Artez

2008

zaterdag 12 januari, Utrecht
Wintersymposium KWG
Organisatie KWG
Zie pag. 66 in dit nummer.

wo. 23 t/m vr. 25 januari, Noordwijkerhout
26e Panama conferentie
Organisatie FIsme

vrijdag 25 januari, op de aangemelde scholen
1e ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade 2008
Organisatie Stichting NWO
Zie pag. 76 in dit nummer.

woensdag 30 januari, Utrecht
- Studiedag: Dyscalulie
- Studiedag: Wiskunde leren in een ELO
Organisatie APS

donderdag 31 januari, Utrecht
Studiedag: Inspiraties voor de wiskundeles
Organisatie APS

vr. 1 en za. 2 februari, Noordwijkerhout
14e Nationale Wiskunde Dagen
Organisatie FIsme

dinsdag 19 februari, Amsterdam
Mastercourse: Golven als dynamische systemen
Organisatie UvA

donderdag 6 maart, Amsterdam
Mastercourse: Computerarchitectuur
Organisatie UvA